

Wpływ złożoności modelu MES w obliczaniu wybranych parametrów elektromagnetycznych maszyny PMDC na zgodność z pomiarami na modelu fizycznym

Streszczenie. W pracy przedstawiono problematykę wpływu stopnia złożoności modelu polowego na dokładność wyznaczania parametrów maszyny takich jak rozkład pola w szczelinie i przekroju poprzecznym oraz przebieg momentu zaczepowego w funkcji kąta obrotu. Opracowano model polowy silnika prądu stałego o wzbudzeniu magnetoelektrycznym. Uzyskane wyniki porównano z pomiarami maszyny na stanowisku badawczym.

Abstract. The paper presents the issue of the impact of the complexity of the field model on the accuracy of determining machine parameters, such as the distribution of the field in the gap and cross-section, as well as the course of the cogging torque as a function of the rotation angle. A field model of a direct current motor with magnetoelectric excitation was developed. The obtained results were compared with measurements of the machine on a test stand. **(The impact of FEM model complexity on the calculation of selected electromagnetic parameters of a PMDC machine in terms of conformity with physical model measurements)**

Słowa kluczowe: model polowy, silnik prądu stałego, wzbudzenie magnetoelektryczne

Keywords: field model, direct current motor, magnetoelectric excitation

Wstęp

Symulacje numeryczne stanowią nieodzowną część procesu projektowania maszyn elektrycznych. Parametry projektowanej maszyny wyznacza się stosując dwu- i trójwymiarową analizę pola elektromagnetycznego. Opracowanie modeli polowych pozwala na przeprowadzanie wielokryterialnej analizy bez konieczności wykonywania kosztownych prototypów. Najczęściej stosowaną metodą w zagadnieniach związanych z polem elektromagnetycznym zarówno w 2D i 3D jest metoda elementów skończonych (MES) – zauważyć można mnogość oprogramowania (zarówno komercyjnego jak i *open-source*) opartego o tę metodę [1, 2]. Do opisu pola elektromagnetycznego w analizie MES stosuje się cztery podstawowe równania elektrodynamiki klasycznej zwane równaniami Maxwella. Równania te w postaci różniczkowej przyjmują postać:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ (2) \quad & \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ (3) \quad & \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ (4) \quad & \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{aligned}$$

W przypadku stosowania metod siatkowych takich jak MES jednym z kluczowych elementów poprawnie przygotowanego modelu jest dobór odpowiedniej złożoności obliczeniowej – gęstości siatki [3, 4]. Chociaż wydajność obliczeniowa współczesnych komputerów pozwala na tworzenie coraz bardziej dokładnych modeli to dobór odpowiedniej liczby węzłów siatki jest dalej zagadnieniem aktualnym – szczególnie przy modelach 3D o złożonej geometrii. Niska liczba elementów upraszcza analizę, oraz przyspiesza czas symulacji kosztem dokładności odwzorowania modelu fizycznego. Duża liczba elementów przeciwnie - poprawia dokładność obliczeń jednak obliczenia trwają dłużej. Celem pracy jest analiza wpływu złożoności obliczeniowej modelu polowego maszyny PMDC na zgodność obliczonych parametrów maszyny z wynikami pomiarów przeprowadzonymi na rzeczywistej maszynie.

Model fizyczny silnika

Do przeprowadzenia badań wykorzystano silnik prądu stałego o wzbudzeniu od magnesów trwałych ferrytowych który przedstawiono na rysunku 1. Dane katalogowe maszyny przedstawiono w tabeli 1.

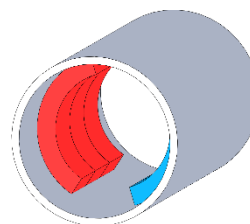
Tabela 1. Parametry silnika

Parametr	Wartość
Moc	170W
Napięcie	24V
Prędkość obrotowa	1100obr./min.
Prąd	10A



Rys. 1. Model fizyczny badanego silnika

Na rysunku 2 przedstawiono stojan silnika. Na stojan maszyny składa się rurowa obudowa oraz przyklejona para magnesów ferrytowych o rozpiętości kątowej 130°. W rzeczywistości każdy z biegunów złożony jest z trzech segmentów. Magnesy klejone są jeden za drugim - między kolejnymi magnesami w biegunie nie ma skosu.

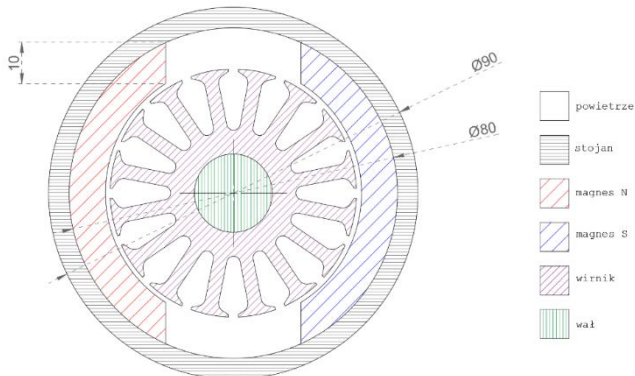


Rys. 2. Rozmieszczenie magnesów w stojanie maszyny

Modele polowe

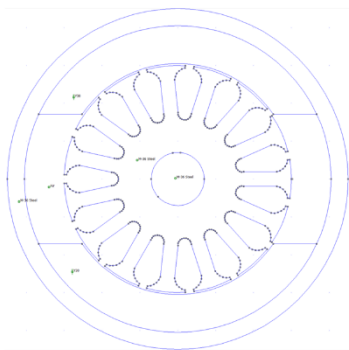
W oparciu o dane geometryczne (rysunek 3) opracowano 3 modele polowe nieuzwojonej maszyny:

- model dwuwymiarowy w programie FEMM [5],
- model dwuwymiarowy w oprogramowaniu ANSYS-Maxwell,
- model trójwymiarowy w oprogramowaniu ANSYS-Maxwell [6].

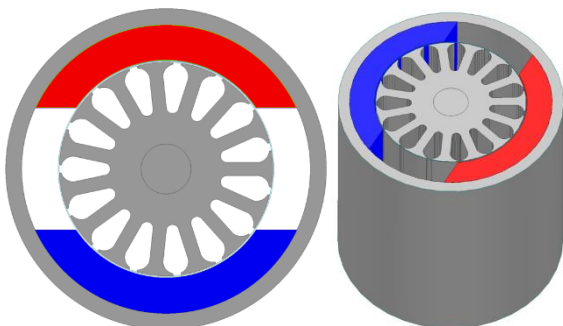


Rys 3. Przekrój poprzeczny nieuzwojonej maszyny.

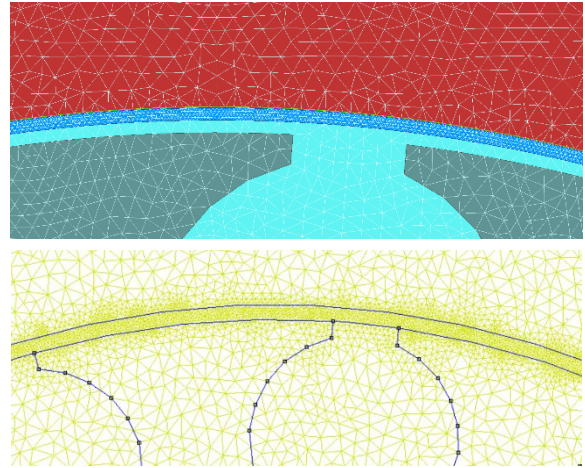
Analizę przeprowadzono dla pełnego modelu – brak cech symetrii ze względu na wirnik o 15-stu złołbkach. Dla każdego modelu przeprowadzono obliczenia dla domyślnej siatki – sugerowanej przez program. Ponadto dla modeli dwuwymiarowych obliczenia powtórzono dla jednolitej siatki dla całego modelu o maksymalnej wielkości elementu: 0.5mm, 1mm, 2mm oraz dodatkowo dla siatki 0.5mm zagęszczonej w szczeliny powietrznej do 0.1mm (tam gdzie gradient pola ma największą wartość). Wyznaczono takie parametry maszyny jak: rozkład indukcji magnetycznej w szczeliny i przekroju poprzecznym oraz przebieg momentu zaczepowego w funkcji kąta obrotu wirnika. Dla wszystkich przeprowadzonych symulacji wymuszono ruch wirnika w zakresie 0-36°. Długość modelu zdefiniowano na 90mm – zgodnie z modelem fizycznym silnika.



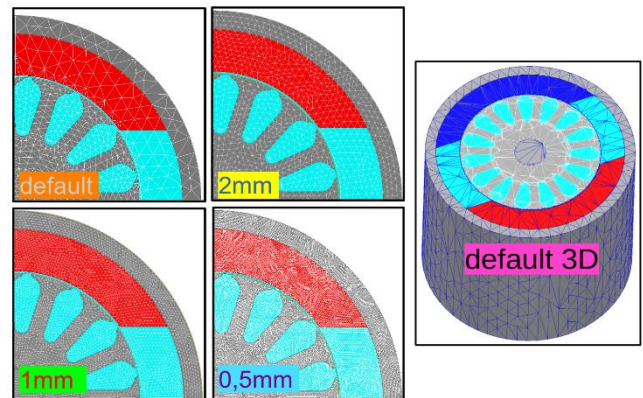
Rys 4. Model polowy przygotowany w programie FEMM



Rys 5. Modele polowe dwu- i trójwymiarowe opracowane w środowisku ANSYS-Maxwell



Rys. 6. Fragmenty modelu o jednolitej siatce z zagęszczeniem w szczeliny

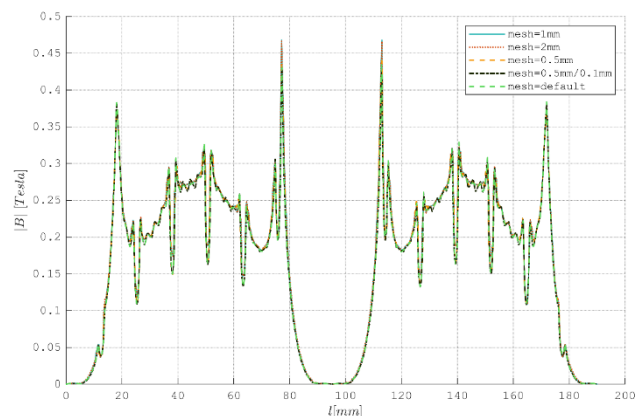


Rys. 7. Siatka modeli opracowanych w środowisku ANSYS Maxwell

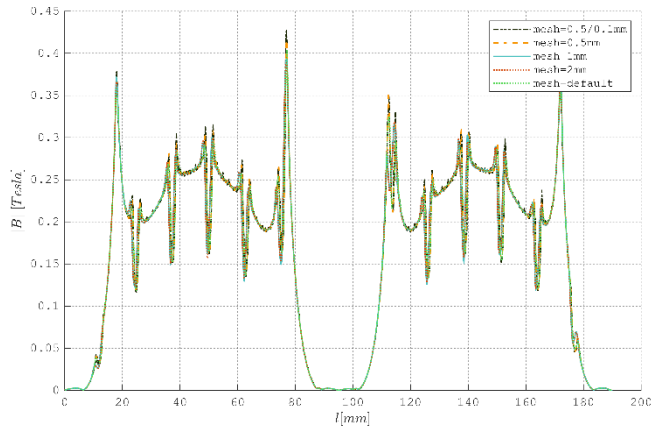
Przebieg eksperymentu i uzyskane wyniki

Dla każdego z opracowanych modeli polowych wyznaczono drogę strumienia magnetycznego, rozkład indukcji w szczeliny powietrznej i przekroju poprzecznym oraz przebieg momentu zaczepowego.

Dla rzeczywistego silnika przeprowadzono pomiar momentu zaczepowego celem porównania pomiarów z wynikami uzyskanymi dla przygotowanych modeli. Pomiaru dokonano w stanie bezprądowym wyznaczając wartość momentu w kolejnych położeniach wirnika w zakresie 0-36°. Do pomiaru wykorzystano przymocowaną do wału maszyny zrównoważoną dźwignię i wagę laboratoryjną.



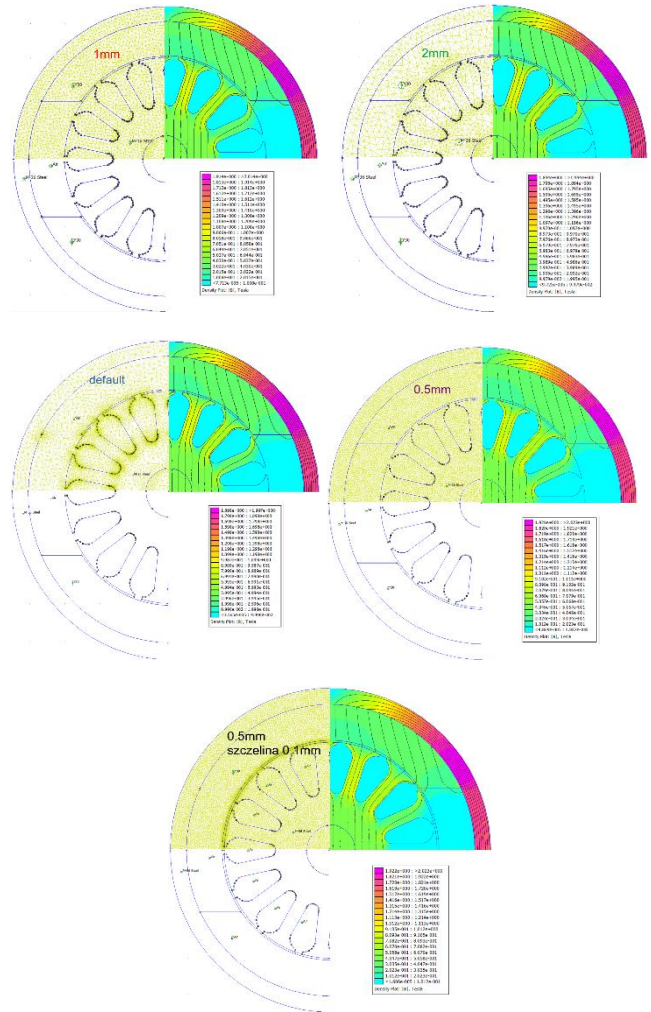
Rys. 8. Rozkład indukcji magnetycznej w szczeliny – FEMM



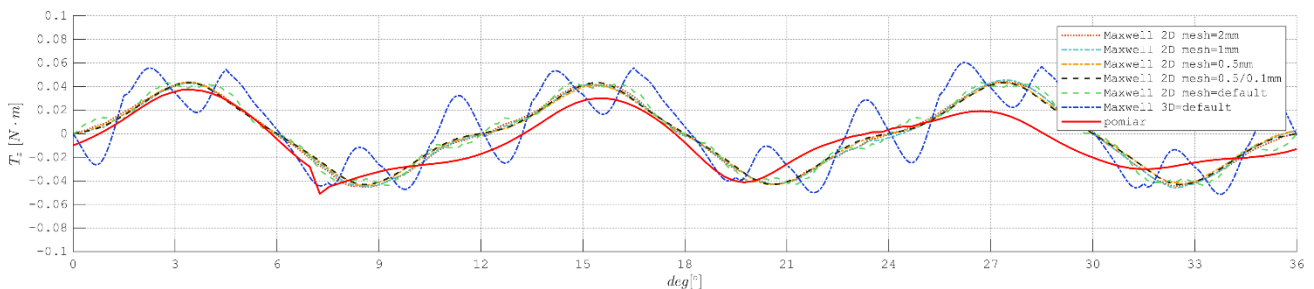
Rys. 9. Rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie – ANSYS Maxwell

Tabela 1. Czas symulacji dla analizowanych modeli

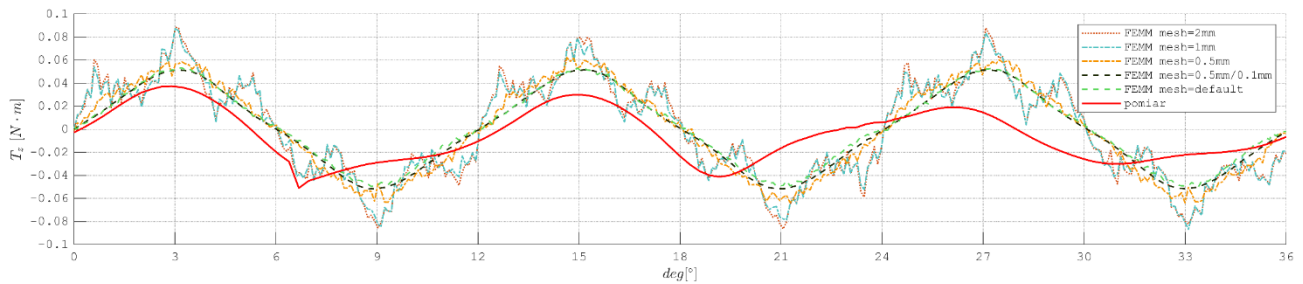
Program	Maksymalny rozmiar elementu	Liczba elementów modelu	Czas symulacji (moment zaczepowy, obrót 0-36°, krok 0.1°)**
FEMM	0.5mm	55161	27min
Maxwell 2D		123424	1h9min
FEMM	1mm	15546	7,5min
Maxwell 2D		31934	17min
FEMM	2mm	8414	5min
Maxwell 2D		9016	4min
FEMM	default	153807	2h15min
Maxwell 2D		4048	2min
Maxwell 3D		103008	3h30min
FEMM	0.5mm (0.1mm*)	94397	55min
Maxwell 2D		187866	1h43min



Rys. 10. Symulacje przeprowadzone w programie FEMM: rysunek przedstawia odpowiednio fragmenty siatki, modelu oraz rozkładu indukcji w przekroju poprzecznym



Rys. 11. Wartość momentu zaczepowego w funkcji kąta obrotu – symulacja w środowisku ANSYS-Maxwell



Rys. 12. Wartość momentu zaczepowego w funkcji kąta obrotu – symulacja w programie FEMM

Analiza uzyskanych wyników

W pracy przedstawiono wyniki obliczeń dla modeli połowych maszyny PMDC o różnej złożoności obliczeniowej. Otrzymane wyniki przebiegu momentu zaczepowego porównano z pomiarami dla obiektu rzeczywistego. Jak wskazują przedstawione rezultaty badań właściwy dobór siatki dyskretyzacyjnej jest niezwykle ważny podczas przeprowadzania obliczeń w oparciu o metodę elementów skończonych. Dla obliczeń przeprowadzonych w programie FEMM niższa liczba elementów siatki skutkowała „postrzępieniem” przebiegów momentu zaczepowego. Przełożyło się to także na wartość maksymalną momentu, która wyraźnie odbiegała od wyników pomiarów. Wyższy poziom zbieżności z pomiarami zaobserwowano dla modeli o większej liczbie węzłów. Zastosowanie nierównomiernego rozkładu siatki tj. jej zagęszczenie w szczelinie (tam gdzie gradient pola jest największy) pozwala uzyskać satysfakcjonującą zbieżność wyników przy mniejszej liczbie węzłów i elementów całego modelu. Dla modeli opracowanych w środowisku ANSYS Maxwell 2D różnice w uzyskanych przebiegach były nieznaczne. Zaobserwowano również większą zbieżność z pomiarami na modelu fizycznym względem obliczeń w programie FEMM. Jak pokazano w tabeli 1 generator siatki programu ANSYS Maxwell dla tego samego maksymalnego rozmiaru elementu tworzył model o większej liczbie elementów względem tego w programie FEMM. Dokonując porównania wyników uzyskanych w różnych programach należy mieć na uwadze to, że nie bez znaczenia na otrzymane rezultaty będzie mieć także sposób aproksymacji rozkładu pola wewnątrz elementów. W zależności od użytego programu MES sposób aproksymacji może się różnić. W programie FEMM 4.2 dla elementów skończonych (będących trójkątami) funkcja aproksymująca przyjmuje postać liniową:

$$(5) \quad \varphi^e(x, y) = a_1^e + a_2^e x + a_3^e y$$

gdzie: a_1^e , a_2^e , a_3^e są współczynnikami uzależnionymi od rozwiązania w poszczególnych węzłach.

W programie ANSYS Maxwell zarówno dla modeli 2D [7] jak i 3D [8] funkcja aproksymująca jest wielomianem drugiego stopnia. Przyjmie ona zatem postać odpowiednio dla trójkąta (model 2D) :

$$(6) \quad \varphi^e(x, y) = a_1^e + a_2^e x + a_3^e y + a_4^e x^2 + a_5^e y^2$$

oraz czworościanu (model 3D):

$$(7) \quad \varphi^e(x, y, z) = a_1^e + a_2^e x + a_3^e y + a_4^e z + a_5^e xy + a_6^e yz + a_7^e xz + a_8^e x^2 + a_9^e y^2 + a_{10}^e z^2$$

Różny sposób aproksymacji rozkładu pola wewnątrz elementów może mieć niewątpliwie wpływ na rozbieżność wyników. Ponadto porównując wyniki przebiegu momentu uzyskane w różnych programach nie można zapomnieć o ewentualnym wpływie zastosowanej metody obliczeniowej. Do wyznaczenia momentu działającego na wirnik w polowej analizie maszyn elektrycznych wykorzystuje się m.in.:

- metodę pochodnej koenergii magnetycznej,
- metodę prac wirtualnych Coulomba,
- metodę tensora naprężeń Maxwella,
- metodę Arkkio [9-12],

Do wyznaczenia momentu działającego na wirnik w programie FEMM użyto metody tensora naprężeń Maxwella – korzystając z opcji całkowania powierzchniowego „Torque via Weighted Stress Tensor” W środowisku ANSYS Maxwell domyślnie (dla zmiennej Moving.Torque) wykorzystywana jest metoda pracy wirtualnej. Różny sposób obliczeń może

wpływać na różnice w wynikach uzyskane w różnych programach. Porównując wyniki dla modelu dwu oraz trójwymiarowego o zbliżonej liczbie elementów siatki widać, że wyniki dla modelu dwuwymiarowego są bardziej zbieżne z pomiarami przy trzykrotnie krótszym czasie obliczeń [13-14]. Mając na uwadze powyższe, a także uwzględniając geometrię badanej maszyny tj. brak cech symetrii, brak skosu oraz analizę przy braku uwojeń badania na modelu 3D obliczeń dla modelu 3D o wyższej złożoności obliczeniowej zaniechano.

Wnioski

Rezultaty przeprowadzonych badań symulacyjnych wskazują, że zwiększenie gęstości siatki modelu wpływa na zwiększenie dokładności uzyskanych wyników. Należy jedna zauważyć, że zastosowanie siatki o równomiernej gęstości (takich samych rozmiarach elementów) jest zwykle nieefektywne. Równomierne zagęszczenie siatki w podobszarach o małej zmienności powoduje niepotrzebne zwiększenie kosztu obliczeniowego oraz błędy numeryczne związane z ograniczoną dokładnością operacji zmiennoprzecinkowych. W analizie MES siatkę dyskretyzacyjną najlepiej dobierać w taki sposób, aby jej gęstość była zwiększona w tych obszarach modelu gdzie gradient pola jest największy – w analizie połowej maszyn elektrycznych będzie to szczelina powietrzna. Warto tutaj zauważyć, że programy MES obecnie mają mechanizmy adaptacyjnego tworzenia siatki. W takim przypadku program sam decyduje w jakich podobszarach siatkę należy zagęścić. Dobór siatki dyskretyzacyjnej powinien stanowić kompromis pomiędzy satysfakcjonującą dokładnością wyników a akceptowalnym czasem symulacji.

Autorzy: mgr inż. Paweł Strączyński, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń Elektrycznych i Automatyki, al. Tysiąclecia PP 7 25-314 Kielce, E-mail: pstraczynski@tu.kielce.pl; dr hab. inż. Sebastian Różowicz, prof. PŚk, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń Elektrycznych i Automatyki, al. Tysiąclecia PP 7 25-314 Kielce, E-mail: srozowicz@tu.kielce.pl dr hab. inż. Zbigniew Goryca, Politechnika Świętokrzyska, al. Tysiąclecia PP 7 25-314 Kielce, E-mail: zgoryca@tu.kielce.pl; dr inż. Marcin Leśko, Politechnika Rzeszowska, Katedra Energoelektroniki i Elektroenergetyki, al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, E-mail: mlesko@prz.edu.pl;

LITERATURA

- [1] Krawczyk A., *Podstawy elektromagnetyzmu matematycznego*, Warszawa: Instytut Naukowo-Badawczy ZTUREK, 2001.
- [2] Łada-Tondyra E. i Krawczyk A., „80 lat Metody Elementów Skończonych”, *Przegląd Elektrotechniczny*, t. 1, nr 12, s. 321–324, 2023. doi:10.15199/48.2023.12.61
- [3] Różowicz S., Use of the mathematical model of the ignition system to analyze the spark discharge, including the destruction of spark plug electrodes, *Open Physics.*, vol. 16, pp. 57-62 (2018), doi: 10.1515/phys-2018-0011.
- [4] Mach M., *Modeling of Permanent Magnet Direct-Current Motor in FEMM*, dostęp 14 czerwca 2024, [Online]. Dostępne na: https://www.eeict.cz/eeict_download/archiv/sborniky/EEICT_2011_sbornik/03-Doktorske%20projekty/04-Silnoprouda%20elektrotechnika%20a%20elektroenergetika/12-xmachm02.pdf
- [5] Meeker D., *Finite Element Method Magnetics. Version 4.2 User's Manual*, dostęp 14 czerwca 2024, [Online]. Dostępne na: <https://www.femm.info/wiki/HomePage>
- [6] Hallman D. i Jankowski P., *Przykłady obliczeń wolnozmiennych pól magnetycznych w środowisku Ansys-Maxwell*, Gdynia: Wydawnictwo Uniwersytetu Morskiego w Gdyni, 2024.
- [7] Różowicz S., Zawadzki A., Włodarczyk M., Wachtla H. and Baran K.: *Properties of fractional-order magnetic coupling* Energies MDPI; Energies 2020 , 13, 1539; ISSN 1996-1073; doi:10.3390/en13071539.
- [8] ANSYS Maxwell V16 Training Manual. Introduction to ANSYS Maxwell. Dokumentacja , ANSYS Inc., 2013.

- [9] Sadowski N., Lefevre Y., Lajoie-Mazenc M., Cros J. *Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement*. In IEEE Transactions on Magnetics (Vol. 28, Issue 2, pp. 1410–1413). Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE).
- [10] Różowicz, S.; Tofil, Sz. And Zrak, A.; *An analysis of the microstructure, macrostructure and microhardness of NiCr-Ir joints produced by laser welding with and without preheat*; Archives Of Metallurgy And Materials; Jun 2016; Volume 61, Issue 2, Page 1157-1162; doi:10.1515/amm-2016-0193.
- [11] Glinka T., *Maszyny elektryczne wzbudzone magnesami trwałymi*, Wydawnictwo WNT, 2018
- [12] Mazur D., Gołębiowski M., Rudy M., *Modelowanie i analiza układów elektromechanicznych metodą elementów skończonych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2016.
- [13] Różowicz, S. *Voltage modelling in ignition coil using magnetic coupling of fractional order*. Archives of Electrical Engineering **2019**, 68, 227–235. doi 10.24425/ae.2019.128264.
- [14] Mynarek P., Kowol M., Łukaniszyn M., *Zastosowanie metody elementów skończonych do wyznaczania parametrów elektromagnetycznych silnika PMSM*, *Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering*, nr 75, s. 57–62, 2013.