

doi:10.15199/48.2025.01.54

## Analiza oddziaływań w jednofazowym obwodzie AC z obciążeniem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych

**Streszczenie.** Jednym z negatywnych zjawisk oddziaływania obciążenia nieliniowego i systemu elektroenergetycznego są wyższe harmoniczne, które mogą być wprowadzane do obwodu przez odbiorniki nieliniowe konwertujące energie harmonicznej podstawowej na energię wyższych harmonicznych. W metodach łagodzenia wyższych harmonicznych prądu często stosowane są filtry pasywne. Podstawowymi ich zaletami są prosta konstrukcja i niski koszt, w porównaniu do filtrów aktywnych. Celem pracy jest analiza jednofazowego obwodu AC z szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych oraz odbiornikiem nieliniowym, które zasilane są przez układ przesyłowy z sinusoidalnego źródła napięcia. Analizę przeprowadzono uwzględniając punkt pracy, parametry obwodu oraz istotność zmiennych. Badania prowadzono w systemie MATLAB/Simulink symulując przykładowy obwód.

**Abstract.** One of the negative interactions between nonlinear loads and the power system are higher harmonics, which can be introduced into the circuit by nonlinear loads that convert fundamental harmonic energy to higher harmonic energy. Passive filters are often used in methods of mitigating higher current harmonics. The main advantage of passive filters is their simple design and low cost, in comparison to active filters. The purpose of the paper is analysis of a single-phase AC circuit with a broadband higher harmonic filter and a nonlinear load, which are fed by a transmission system from a sinusoidal voltage source. The analysis was performed considering the operating point, circuit parameters and essentiality of the variables. The study was conducted in MATLAB/Simulink system by simulating an exemplary circuit. (**Analysis of interactions in a single-phase AC circuit with a nonlinear load and a broadband higher harmonic filter**).

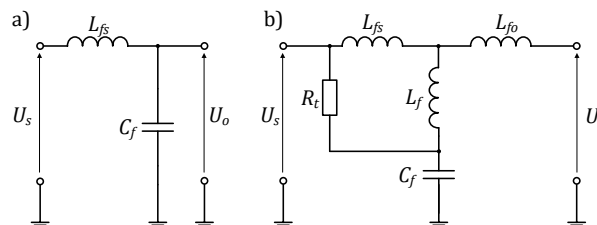
**Słowa kluczowe:** obciążenie nieliniowe, wyższe harmoniczne, filtry pasywne, modelowanie.

**Keywords:** nonlinear load, higher harmonics, passive filters, modelling.

### Wstęp

Obciążenia systemu elektroenergetycznego są w większości odbiornikami nieliniowymi. Są to w dużym stopniu urządzenia elektryczne zawierające obwody oraz układy prądu stałego zasilane poprzez prostowniki z sieci prądu przemiennego. Interakcje obciążeń nieliniowych z systemem energetycznym stanowią ok. 29% wszystkich problemów jakości energii elektrycznej [1]. Jest to zarazem największy odsetek ze wszystkich problemów jakości energii elektrycznej. Oddziaływania te uwiadcniają się w postaci odkształceń przebiegów napięć i prądów. Do ograniczania tych oddziaływań stosowane są często pasywne filtry wyższych harmonicznych. Podstawową zaletą filtrów pasywnych jest ich prosta konstrukcja i niski koszt, w porównaniu do filtrów aktywnych [2]-[4]. Najprostszym rodzajem filtra jest rezonansowy układ LC. Jedną z wad takiego filtra jest tłumienie głównie tylko tej wyższej harmonicznej, do której ten filtr jest dostrojony. Dla każdej kolejnej wyższej harmonicznej prądu konieczna jest rozbudowa układu filtrującego o dodatkowe sekcje. Dlatego też, aby ograniczyć rozmiar i złożoność konstrukcji układu, uwzględniane są tylko harmoniczne o dominujących wartościach, pozostałe są pomijane. Skuteczność filtrów rezonansowych LC zależy od impedancji zastępczej systemu zasilania. Przy czym impedancja ta może ulegać zmianom w trakcie pracy systemu elektroenergetycznego. Ponadto istnieje ryzyko powstawania rezonansów równoległych pomiędzy impedancjami sieci zasilającej, a impedancją filtra. Wady występujące dla rezonansowych filtrów LC można wyeliminować stosując filtry szerokopasmowe. Podstawową zaletą tego typu filtra jest tłumienie wyższych harmonicznych w szerokim zakresie częstotliwości, począwszy od pierwszej dominującej harmonicznej (w układach jednofazowych jest to 3. harmoniczna, natomiast dla układów trójfazowych 5-ta harmoniczna), używając do tego celu tylko jednej sekcji filtra. Na rysunku 1 przedstawiono podstawowe struktury filtrów szerokopasmowych znane z [5]-[7]. Początkowo struktura filtra stanowiła prosty układ LC - rysunek 1a.

Praktyczne zastosowanie takiego układu dla prostowników trójfazowych i jednofazowych przedstawiono w patencie [5]. W [6] konstrukcję tą ulepszoną w sposób przedstawiony na rysunku 1b. Konstrukcja ta cechowała się m.in. lepszą skutecznością tłumienia wyższych harmonicznych dzięki zastosowaniu dodatkowych dławików  $L_{f0}$  i  $L_f$ .



Rys. 1. Struktury filtrów szerokopasmowych: a) prosty filtr LC, b) filtr LLCL

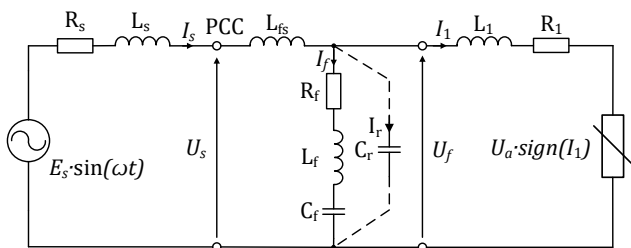
Analiza układów filtrów szerokopasmowych jest złożona, ponieważ wymaga uwzględnienia wielu zmiennych wejściowych. To powoduje, że metody analityczne wykorzystujące wzory przybliżone charakteryzują się małą dokładnością, dlatego w [6] zaproponowano dokładniejszy sposób wyznaczania parametrów filtra stosując tzw. „algorytm przyrostowy”. W algorytmie tym zmienne projektowe filtra były zwiększane lub zmniejszane, aż przesterzeń tych zmiennych zostanie wyczerpana i spełnione zostaną założenia projektowe. Wadą przedstawionej metody było lokalizowanie lokalnych minimów, utrudniające znalezienie optymalnych wartości parametrów filtra względem przyjętych wskaźników jakości zasilania. W [7] przedstawiono ulepszoną metodę wykorzystującą algorytm genetyczny. W metodzie tej wyznaczane są globalne optima z możliwością równoległego przeszukiwania całej przestrzeni rozwiązań w celu znalezienia optymalnych wartości wskaźników jakości zasilania. Do zalet algorytmu genetycznego zaliczono możliwość stosowania wielu ograniczeń jednocześnie oraz szybkość działania, co jest

rzadko osiągalne za pomocą innych dostępnych metod. W powyższych metodach obliczenia wykonywane są w oparciu o modele częstotliwościowe, oddzielnie dla częstotliwości podstawowej i częstotliwości wyższych harmonicznych. W pracach pomijana jest indukcyjność układu zasilania obciążenia nieliniowego. Indukcyjność ta ma duże znaczenie, ponieważ z tej indukcyjności przekazywana jest moc bierna wyższych harmonicznych, powstająca w wyniku konwersji mocy biernej pierwszej harmonicznej w nieliniowości odbiornika [8].

Poza wymienionymi pracami, istnieje stosunkowo mała ilość dostępnej literatury odnośnie do projektowania i analizy filtrów szerokopasmowych. Zazwyczaj dostępne są tylko karty katalogowe producentów filtrów [9] z gotowymi rozwiązaniami dopasowanymi pod ściśle określone wymagania techniczne odnośnie do mocy obciążeń nieliniowych oraz napięcia pracy. Najczęściej dane te podawane są dla filtrów trójfazowych, gdzie 3. harmoniczna prądu nie występuje. Producenci określają skuteczność filtra poprzez współczynnik THD<sub>I</sub> (najczęściej <5%) oraz współczynnik mocy DPF (najczęściej > 0.98). Można twierdzić, że istnieje potrzeba opracowania modelu obwodu z obciążeniem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych, który umożliwiłby dokładniejszą analizę zjawisk zachodzących w takim obwodzie.

### Model matematyczny obwodu AC z obciążeniem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych

Obwód systemu elektroenergetycznego z obciążeniem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych przedstawiono na rysunku 2. Układ filtra szerokopasmowego i obciążenie nieliniowe zasilane są napięciem sinusoidalnym o pulsacji  $\omega$ . Impedancję zastępczą systemu zasilania tworzy indukcyjność  $L_s$  i rezystancja  $R_s$ . Indukcyjność  $L_{fs}$  oraz równoległa gałąź z dławikiem  $L_f$ , pojemnością  $C_f$  i rezystancją  $R_f$  tworzą strukturę filtra szerokopasmowego. Indukcyjność  $L_1$  jest sumą indukcyjności wyjściowej filtra szerokopasmowego  $L_{fo}$  i szeregowej indukcyjności układu zasilania obciążenia nieliniowego  $L_o$ . W przyjętej strukturze zamiast umieszczonego na schemacie z rysunku 1b rezystora  $R_r$  dodano rezystor  $R_f$ . Dodatkowy kondensator  $C_r$  ułatwia zapisanie równań modelowanego obwodu, a następnie ich rozwiązanie w systemie MATLAB/Simulink. Wartość pojemności  $C_r$  powinna być znacznie mniejsza od pojemności  $C_f$  (ok.  $10^3$  razy). Wtedy też wpływ tej pojemności na uzyskiwane wyniki jest pomijalnie mały. Model obciążenia nieliniowego opisany funkcją signum pozwala prowadzić analizy symulacyjne, w których modelowany odbiornik nieliniowy ma charakterystykę napięciowo – prądową  $U(I)$  odpowiadającą charakterystyce dla rzeczywistego obciążenia np. prostownika pracującego przy niskim współczynniku tętnień napięcia wyjściowego.



Rys. 2. Model obwodu z obciążeniem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych

Dla przyjętego modelu obciążenia równania opisujące modelowany obwód zapisano następująco:

$$(1) \quad \frac{dI_s}{dt} = \frac{1}{L_s + L_{fs}} (E_s \sin(\omega t) - I_s R_s - U_f)$$

$$(2) \quad \frac{dI_1}{dt} = \frac{1}{L_1} (U_f - I_1 R_1 - U_a \cdot \text{sign}(I_1))$$

$$(3) \quad \frac{dI_f}{dt} = \frac{1}{L_f} \left( U_f - I_f R_f - \frac{1}{C_f} \int I_f dt \right)$$

$$(4) \quad U_f = \frac{1}{C_r} \int I_r dt \quad \text{gdzie: } I_r = I_s - I_f - I_1$$

Uogólnioną funkcję modelu obwodu  $F_g$  można zapisać:

$$(5) \quad F_g(E_s, L_s, R_s, L_{fs}, L_f, C_f, R_f, R_1, L_1, U_a, \omega, t)$$

Funkcja modelu  $F_g$  posiada 12 zmiennych wejściowych, co komplikuje przeprowadzenie analizy. Duża liczba zmiennych czyni badania symulacyjne trudne w realizacji, stosowane są wtedy skomplikowane algorytmy genetyczne [7]. Dlatego też, w celu uproszczenia prowadzonych analiz, w równaniach (1)-(4) wprowadzono skalowanie czasu  $\tau = \omega t$  oraz zmienne odniesienia:

$$(6) \quad E_s; \quad X_1 = \omega L_1; \quad I_m = \frac{E_s}{X_1}$$

Uwzględniając skalę czasu  $\tau$  oraz zmienne odniesienia (6) zapisano równania rozważanego obwodu w postaci bezwymiarowej:

$$(7) \quad \frac{di_s}{d\tau} = \frac{1}{x_s + x_{fs}} (\sin(\tau) - i_s r_s - u_f)$$

$$(8) \quad \frac{di_1}{d\tau} = u_f - i_1 r_1 - u_a \cdot \text{sign}(i_1)$$

$$(9) \quad \frac{di_f}{d\tau} = \frac{1}{x_f} \left( u_f - i_f r_f - \frac{1}{c_f} \int i_f d\tau \right)$$

$$(10) \quad u_f = \frac{1}{c_r} \int i_r d\tau \quad \text{gdzie: } i_r = i_s - i_f - i_1$$

gdzie:

$$(11) \quad \begin{aligned} i_s &= I_s / I_m; \quad i_1 = I_1 / I_m; \quad i_f = I_f / I_m; \quad u_s = \frac{U_s}{E_s}; \quad u_f = \frac{U_f}{E_s}; \\ u_a &= \frac{U_a}{E_s}; \quad x_1 = \frac{L_1}{L_1} = 1; \quad x_s = \frac{L_s}{L_1}; \quad x_{fs} = \frac{L_{fs}}{L_1}; \quad x_f = \frac{L_f}{L_1}; \\ c_f &= \omega^2 L_1 C_f; \quad c_r = \omega^2 L_1 C_r; \quad r_s = \frac{R_s}{\omega L_1}; \quad r_1 = \frac{R_1}{\omega L_1}; \quad r_f = \frac{R_f}{\omega L_1}; \end{aligned}$$

Sformułowanie modelu obwodu w postaci bezwymiarowej pozwoliło zredukować liczbę zmiennych do 9 i zapisać funkcję modelu w następującej postaci:

$$(12) \quad F_{bg}(u_a, x_s, x_{fs}, r_s, x_f, c_f, r_f, r_1, \tau)$$

Jako zmienne istotne modelu przyjmuje się te, które są ważne i kluczowe dla funkcjonowania obwodu. Na tej podstawie funkcję modelu można zapisać w następującej postaci:

$$(13) \quad F_i(u_a, x_{fs}, c_f, x_f)$$

Parametr  $x_f$  wyznaczany jest na podstawie częstotliwości rezonansu szeregowego w równoległej gałęzi filtra:

$$(14) \quad x_f = \frac{1}{n_s^2 c_f}$$

gdzie:  $n_s$  – rząd częstotliwości rezonansu własnego pomiędzy  $L_f$  i  $C_f$ .

### Analiza symulacyjna rozważanego obwodu

Filtry wyższych harmonicznych projektowane są często w taki sposób, aby zapewnić jak najniższą wartość współczynnika THD prądu i napięcia oraz współczynnik mocy obwodu możliwie bliski jedności. Współczynniki zawartości harmonicznych napięcia  $THD_U$  i prądu  $THD_I$  wyznaczane są następująco [10]:

$$(15) \quad THD_U = \frac{\sqrt{\sum_{n=3}^N u_{hnsk}^2}}{u_{h1sk}}, \quad THD_I = \frac{\sqrt{\sum_{n=3}^N i_{hnsk}^2}}{i_{h1sk}}$$

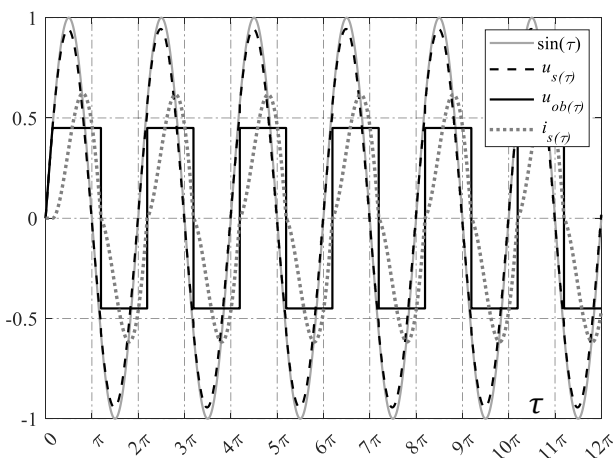
gdzie:  $u_{h1sk}$ ,  $i_{h1sk}$  – są to wartości skuteczne pierwszych harmonicznych napięcia i prądu;  $u_{hnsk}$ ,  $i_{hnsk}$  – są to wartości skuteczne napięcia i prądu dla  $n$ -tych harmonicznych ( $n = 3, 5, 7, \dots, N=50$ ).

Całkowity współczynnik mocy PF (ang. *Power Factor*) oraz współczynnik mocy pierwszych harmonicznych DPF (ang. *Displacement Power Factor*) wyznaczano zgodnie z [10]:

$$(16) \quad PF = \frac{P}{S}, \quad DPF = \frac{P_{h1}}{S_{h1}},$$

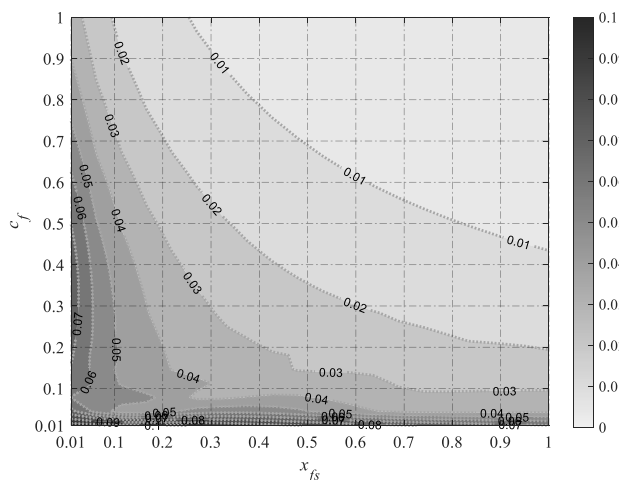
gdzie:  $P, S$  – odpowiednio całkowita moc czynna i moc pozorna;  $P_{h1}, S_{h1}$  – odpowiednio moc czynna i moc pozorna pierwszych harmonicznych.

Eksperyment symulacyjny przeprowadzono w systemie MATLAB/Simulink. Dla modelu matematycznego obwodu opisanego równaniami (7)-(10) utworzono schemat operacyjny w Simulinku. Model uruchamiano ze skryptu MATLABa. Przykładowe przebiegi obwodu dla:  $u_a = 0.45$ ,  $x_s = 0.05$ ,  $r_s = r_1 = 0.1$  oraz przy odłączonym filtrze wyższych harmonicznych:  $x_{fs} = 0$ ,  $c_f = 0$ ,  $x_f = 0$  i  $r_f = 0$  przedstawiono na rysunku 3. Przebiegi te są charakterystyczne dla trybu pracy ciągłej obciążenia nieliniowego. Przebieg chwilowy prądu charakteryzuje się stosunkowo niewielkim odkształceniem  $THD_I = 0.114$  (11.4%). Podobnie jak napięcie  $u_{s(\tau)}$ , którego współczynnik  $THD_U = 0.015$  (1.5%). Największą wartość współczynnika THD równą 0.478 (47.8%) ma napięcie na obciążeniu nieliniowym  $u_{ob(\tau)}$ , przebieg tego napięcia jest falą prostokątną.

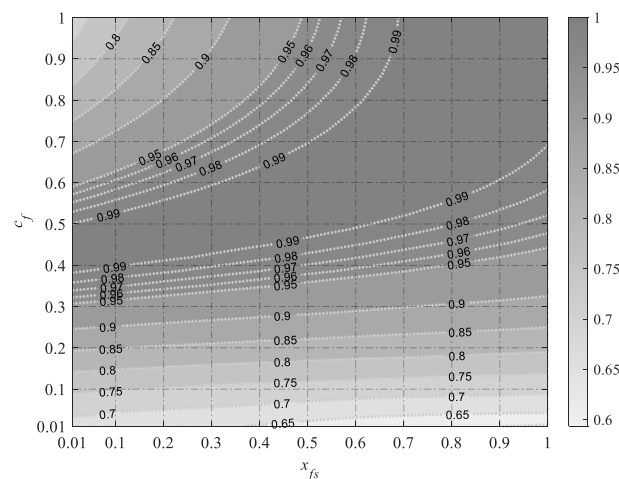


Rys. 3. Przebiegi chwilowe napięć i prądu w obwodzie dla  $u_a = 0.45$ ,  $x_s = 0.05$  i  $r_1 = r_s = 0.1$  oraz odłączonym filtrze

Wpływ parametrów filtra szerokopasmowego na poprawę współczynnika  $THD_I$  i współczynnika mocy obwodu na zaciskach źródła zasilania  $DPF_{zr}$  dla przebiegów z rysunku 3 analizowano w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  dla  $r_f = 0.1$ . Współczynnik  $THD_I$  przedstawiono na rysunku 4. Wraz ze wzrostem parametrów  $x_{fs}$  i  $c_f$  wartości  $THD_I$  maleją oraz są istotnie mniejsze niż przed dołączeniem filtra. Dobór parametrów filtra jest złożony, ponieważ z jednej strony dąży się do uzyskania jak najmniejszego współczynnika zniekształceń, a z drugiej strony do poprawy współczynnika mocy obwodu, którego wartość powinna być możliwie bliska jedności. Współczynnik  $DPF_{zr}$  w funkcji  $x_{fs}$  oraz  $c_f$  przedstawiono na rysunku 5. Na wykresie tym występuje charakterystyczny obszar, dla którego współczynnik  $DPF_{zr} > 0.99$ . Korzystając z przedstawionych wykresów możliwe jest wskazanie wartości parametrów  $x_{fs}$  oraz  $c_f$  dla których współczynnik  $THD_I$  osiąga najmniejszą wartość, a zarazem współczynnik mocy jest bliski jedności.



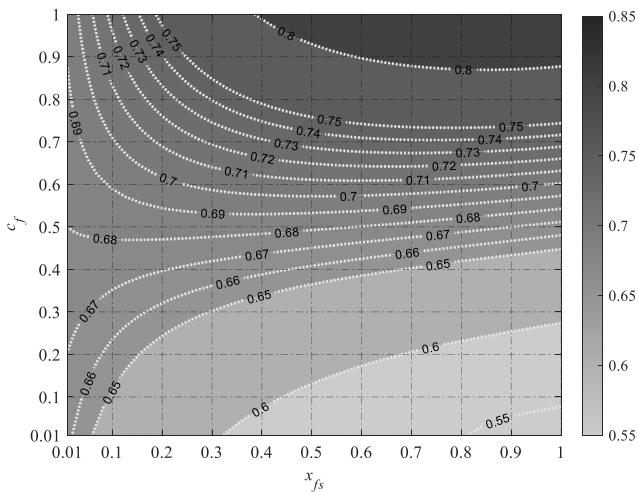
Rys. 4. Współczynnik  $THD_I$  w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  dla  $u_a=0.45$ ,  $x_s = 0.05$ ,  $r_1 = r_s = r_f = 0.1$  oraz  $n_s = 3$



Rys. 5. Współczynnik mocy  $DPF_{zr}$  w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  dla  $u_a=0.45$ ,  $x_s = 0.05$ ,  $r_1 = r_s = r_f = 0.1$  oraz  $n_s = 3$

Negatywnym zjawiskiem mogącym wystąpić po dołączeniu szerokopasmowego filtra wyższych harmonicznych jest wzrost lub obniżenie napięć obwodu poza dopuszczalne wartości. Największe odchylenia napięcia występują na równoległej gałęzi filtra. Wartość skuteczną pierwszej harmonicznej tego napięcia w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  przedstawiono na rysunku 6. Zakres zmian napięcia  $u_{fh1sk}$  znajduje się w granicach od 0.55 do 0.85. Odnosząc te wartości do wartości skutecznej pierwszej harmonicznej

napięcia zasilania  $u_{sh1sk0} = 0.6646$  wyznaczonej przed dołączeniem filtra można stwierdzić, że zakres tych zmian jest duży, zarówno dla dolnej jak i górnej granicy.



Rys. 6. Napięcie  $u_{fh1sk}$  w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  dla  $u_a=0.45$ ,  $x_s=0.05$ ,  $r_1=r_s=r_f=0.1$  oraz  $n_s=3$

Z powyższej analizy wynika, że istnieje kilka kryteriów, które powinny być uwzględnione w trakcie wyznaczania parametrów układu filtra szerokopasmowego. Dwa pierwsze dotyczą współczynnika zniekształceń harmoniczných prądu źródła zasilania  $THDi_s$  oraz współczynnika mocy obwodu DPF<sub>zr</sub>. W celu ograniczenia zmian wartości skutecznej pierwszej harmonicznej napięcia na równoległej gałęzi filtra należy określić dodatkowe kryterium w postaci współczynnika  $\Delta u_f$ . Wartość współczynnika  $\Delta u_f$  wyznaczana jest następująco:

$$(17) \quad \Delta u_f = \frac{|u_{fh1sk} - u_{sh1sk0}|}{u_{fh1sk}}$$

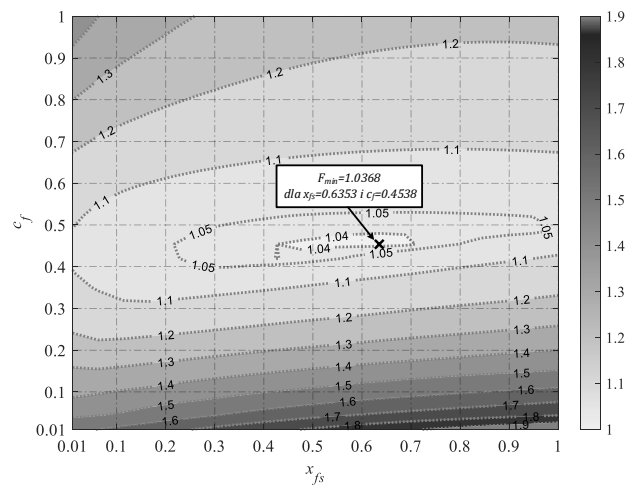
gdzie:  $u_{sh1sk0}$  – wartość skuteczna pierwszej harmonicznej napięcia zasilania bez dołączonego filtra;  $u_{fh1sk}$  – wartość skuteczna pierwszej harmonicznej napięcia na równoległej gałęzi filtra.

Na podstawie powyższych kryteriów można zapisać funkcję celu  $F_o$ :

$$(18) \quad F_o = THDi_s + \frac{1}{DPF_{zr}} + \Delta u_f$$

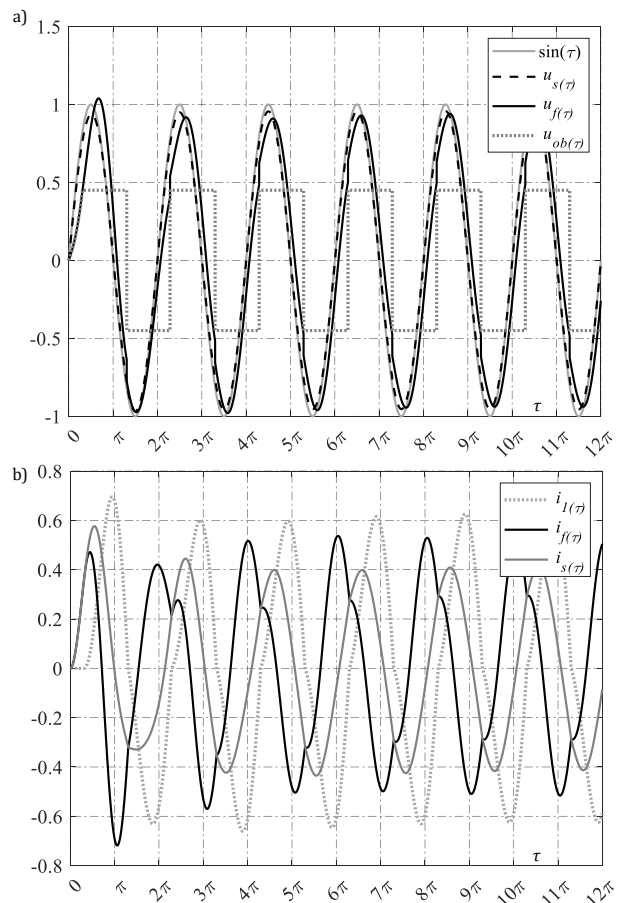
Podobną funkcję celu wykorzystano w [7], gdzie parametry filtra wyznaczano stosując algorytm genetyczny. Przy czym współczynnik  $\Delta u_f$  definiowano w odniesieniu do wartości skutecznej napięcia na wyjściu filtra przed dołączeniem i po dołączeniu obciążenia nieliniowego.

Przyjmując w (17), że wartość skuteczna pierwszej harmonicznej napięcia przed dołączeniem filtra  $u_{sh1sk0}$  jest równa 0.6646 oraz podstawiając wartości skuteczne pierwszej harmonicznej napięcia  $u_{fh1sk}$  wyznaczone w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$ , określono wartości współczynnika  $\Delta u_f$ . Podstawiając następnie  $\Delta u_f$ , wspólnie z wartościami  $THDi_s$  i  $DPF_{zr}$  do (18) otrzymano wykres funkcji celu  $F_o$  przedstawiony na rysunku 7. Na wykresie tym można wskazać charakterystyczne minimum  $F_{min}$  dla parametrów  $x_{fs} = 0.6353$  i  $c_f = 0.4538$ .



Rys. 7. Funkcja celu  $F_o$  w funkcji  $x_{fs}$  i  $c_f$  dla  $u_a=0.45$ ,  $x_s=0.05$ ,  $r_1=r_s=r_f=0.1$  oraz  $n_s=3$

Dla parametrów  $x_{fs} = 0.6353$  oraz  $c_f = 0.4538$  określonych na podstawie wykresu funkcji celu  $F_o$  wyznaczono przebiegi chwilowe napięć i prądów obwodu przedstawione na rysunku 8. Po dołączeniu filtra współczynnik THD prądu  $i_{s(\tau)}$  zmniejsza się do wartości 0.014 (1.4%). Większe zniekształcenia występują dla prądu  $i_{f(\tau)}$ , THD tego prądu jest równe ok. 0.138 (13.8%). Dla napięcia zasilania  $u_{s(\tau)}$  wartość współczynnika THD jest mała, ok. 0.003 (0.3%). Większe odkształcenia są widoczne dla napięcia  $u_{f(\tau)}$ , dla którego THD jest równe ok. 0.03 (3%).



Rys. 8. Przebiegi chwilowe: a) napięć oraz b) prądów dla  $x_{fs} = 0.6353$ ,  $c_f = 0.4538$ ,  $u_a=0.45$ ,  $x_s=0.05$ ,  $r_s=r_1=r_f=0.1$  oraz  $n_s=3$

Dla porównania współczynników THD prądów i napięć w obwodzie przed dołączeniem i po dołączeniu filtra, wartości tych współczynników zestawiono w tabeli 1. Wartości bez filtra odnoszą się do przebiegów na rysunku 3, natomiast wartości z filtrem do przebiegów na rysunku 8. Najniższe wartości THD otrzymano dla prądu  $i_{s(\tau)}$  i napięcia  $u_{s(\tau)}$ , oznacza to, że zastosowany filtr skutecznie ograniczył wyższe harmoniczne w obwodzie zasilania.

Tabela 1. Współczynniki THD prądów i napięć

	THD $i_s$	THD $i_l$	THD $i_f$	THD $u_s$	THD $u_f$	THD $u_{ob}$
Wartości bez filtra	0.114	-	-	0.015	-	0.478
Wartości z filtrem	0.014	0.116	0.138	0.003	0.029	0.478

Współczynniki mocy w tabeli 2 wyznaczono w charakterystycznych punktach obwodu: na zaciskach sinusoidalnego źródła zasilania (DPF $_{zr}$ , PF $_{zr}$ ), w punkcie zasilania (DPF $_{PCC}$ , PF $_{PCC}$ ) i na zaciskach obciążenia nieliniowego (DPF $_{ob}$ , PF $_{ob}$ ). Na zaciskach źródła zasilania i w punkcie PCC, zarówno współczynnik DPF i PF po dołączeniu filtra zwiększają się do ok. 0.98. Mniejsze wartości tych współczynników otrzymuje się dla obciążenia nieliniowego, zarówno przed dołączeniem i po dołączeniu filtra.

Tabela 2. Współczynnik mocy w różnych punktach obwodu

	DPF $_{zr}$	DPF $_{PCC}$	DPF $_{ob}$	PF $_{zr}$	PF $_{PCC}$	PF $_{ob}$
Wartości bez filtra	0.6759	0.6574	0.9756	0.6714	0.6522	0.8707
Wartości z filtrem	0.9794	0.9818	0.9776	0.9792	0.9817	0.8719

Wartości skuteczne składowych prądów i napięć zestawiono w tabelach 3 i 4. W tabelach tych dolny indeks:  $_{sk}$  - oznacza wartość skuteczną prądu/napięcia,  $_{h1s}$  - oznacza wartość skuteczną pierwszej harmonicznej prądu/napięcia oraz  $_{hsk}$  - oznacza wartość skuteczną sumy wyższych harmonicznych prądu/napięcia. Z tabeli 3 wynika, że wartość skuteczną prądu  $i_{s(\tau)}$  zmniejsza się o ok. 30% w porównaniu do wartości przed dołączeniem filtra. Prąd  $i_{s(\tau)}$  ma niewielką zawartość wyższych harmonicznych, wartość skuteczną sumy wyższych harmonicznych tego prądu jest bliska zeru. Wartość skuteczną wyższych harmonicznych prądu  $i_{f(\tau)}$  stanowi ok. 97% wartości skutecznej sumy wyższych harmonicznych prądu  $i_{l(\tau)}$ . Dzieje się tak, ponieważ wyższe harmoniczne odbiornika nieliniowego płyną przez równoległą gałąź filtra, zamiast do systemu zasilania. Największe wartości skuteczne otrzymano dla prądu obciążenia  $i_{l(\tau)}$ . Są one bliskie wartościom prądu  $i_{s(\tau)}$  otrzymanym przed dołączeniem filtra.

Tabela 3. Wartości skuteczne prądów w obwodzie

	Wartości bez filtra			Wartości z filtrem		
	$i_{sk}$	$i_{h1sk}$	$i_{hsk}$	$i_{sk}$	$i_{h1sk}$	$i_{hsk}$
$i_{s(\tau)}$	0.4150	0.4124	0.0470	0.2922	0.2922	0.0040
$i_{f(\tau)}$	-	-	-	0.3427	0.3394	0.0471
$i_{l(\tau)}$	-	-	-	0.4193	0.4165	0.0485

W tabeli 4 można zaobserwować, że po dołączeniu filtra nieco większe wartości skuteczne ma napięcie  $u_{s(\tau)}$ . Wartości skuteczne napięcia na równoległej gałęzi filtra  $u_{f(\tau)}$  są porównywalne do składowych napięcia  $u_{s(\tau)}$  przed dołączeniem filtra. Nieznaczny wzrost wartości skutecznej

występuje dla napięcia  $u_{s(\tau)}$ , ale jest on równy tylko ok. 1.5% w odniesieniu do wartości skutecznej tego napięcia przed dołączeniem filtra. Wartości napięć na obciążeniu nieliniowym nie zmieniły się. Oznacza to, że przyjęte kryterium w postaci współczynnika  $\Delta u_f$  pozwoliło ograniczyć odchylenie napięć w analizowanym obwodzie na skutek dołączenia filtra.

Tabela 4. Wartości skuteczne napięć w obwodzie

	Wartości bez filtra			Wartości z filtrem		
	$u_{sk}$	$u_{h1sk}$	$u_{hsk}$	$u_{sk}$	$u_{h1sk}$	$u_{hsk}$
$u_{s(\tau)}$	0.6647	0.6646	0.0101	0.6759	0.6759	0.0021
$u_{f(\tau)}$	-	-	-	0.6664	0.6661	0.0197
$u_{ob(\tau)}$	0.4502	0.4053	0.1960	0.4502	0.4054	0.1958

### Rozkład mocy czynnej i biernej w obwodzie

Ze względu, że analiza prowadzona jest na zmiennych bezwymiarowych, moc czynną i bierną wyznaczono ze zmienną odniesienia  $E_s^2/\omega L_1$  i stosując skalę czasu  $\tau=\omega t$ . Uwzględniając powyższe, całkowitą moc czynną i bierną można zapisać [11]:

$$(19) \quad P = \frac{E_s^2}{\omega L_s} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{(\tau)} \cdot i_{(\tau)} d\tau$$

$$(20) \quad Q = \frac{E_s^2}{\omega L_s} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{(\tau)} \cdot \left( \frac{di_{(\tau)}}{d\tau} \right) d\tau$$

Całkowita moc czynna i moc bierna mogą być zapisane jako suma mocy pierwszej harmonicznej oraz mocy wyższych harmonicznych:  $P=P_{h1}+P_{hh}$  i  $Q=Q_{h1}+Q_{hh}$ . Skąd można wyznaczyć wartości mocy dla wyższych harmonicznych:

$$(21) \quad P_{hh} = P - P_{h1}, \quad Q_{hh} = Q - Q_{h1}$$

Moce określone zgodnie z (21) są proste w użyciu, ponieważ nie ma potrzeby stosowania Analizy Fouriera do wyznaczania mocy wyższych harmonicznych. Wystarczy wyznaczyć moc całkowitą i moc harmonicznej podstawowej.

Wartości mocy na elementach rozpatrywanego obwodu przedstawiono w tabelach 5 i 6. Moce te wyznaczano numerycznie na podstawie chwilowych wartości spadków napięć na elementach obwodu i prądów płynących przez te elementy. Z tabeli 5 wynika, że dołączenie filtra nie zwiększyło istotnie mocy czynnej źródła zasilania. Nieco większa jest moc na zaciskach zasilania filtra w punkcie PCC. W tabeli 6 całkowita moc bierna  $Q$  i moc pierwszej harmonicznej  $Q_{h1}$  źródła zasilania mają zbliżone wartości. Całkowita moc bierna  $Q$  obciążenia nieliniowego jest prawie zerowa, zarówno bez dołączonego jak również z dołączonym filtrem. W obu przypadkach moc bierna pierwszej harmonicznej  $Q_{h1}$  i moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  obciążenia nieliniowego mają zbliżone wartości, ale przeciwne znaki. To oznacza, że występuje w obwodzie zjawisko konwersji mocy biernej pierwszej harmonicznej w moc bierną wyższych harmonicznych. Moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  obciążenia nieliniowego przekazywana jest praktycznie w całości do indukcyjności  $L_1$ , ponieważ moc bierna wyższych harmonicznych tej indukcyjności jest nieznacznie niższa niż moc bierna wyższych harmonicznych obciążenia. Na pozostałych elementach obwodu moc bierna wyższych harmonicznych jest bliska lub równa zeru.

Tabela 5. Rozkład mocy czynnej w obwodzie

Element obwodu	Wartości bez filtra			Wartości z filtrem		
	$P$	$P_{h1}$	$P_{hh}$	$P$	$P_{h1}$	$P_{hh}$
Źródło zasilania	-0.1970	-0.1970	0.0001	-0.2022	-0.2023	0.0001
PCC	0.1797	0.1800	-0.0003	0.1937	0.1938	-0.0001
Rez. $R_s$	0.0172	0.0170	0.0002	0.0085	0.0085	0.0000
Rez. $R_1$	0.0172	0.0170	0.0002	0.0176	0.0173	0.0002
Obc. nieliniowe	0.1625	0.1629	-0.0004	0.1644	0.1649	-0.0004

Tabela 6. Rozkład mocy bierniej w obwodzie

Element obwodu	Wartości bez filtra			Wartości z filtrem		
	$Q$	$Q_{h1}$	$Q_{hh}$	$Q$	$Q_{h1}$	$Q_{hh}$
Źródło zasilania	-0.2147	-0.2148	0.0001	-0.0418	-0.0418	0.0000
PCC	0.2045	0.2063	-0.0018	0.0375	0.0375	-0.0001
Ind. $L_s$	0.0102	0.0085	0.0017	0.0043	0.0043	0.0000
Ind. $L_{fs}$	-	-	-	0.0580	0.0575	0.0005
Ind. $L_1$	0.2044	0.1696	0.0348	0.2067	0.1736	0.0332
Obc. nieliniowe	0.0001	0.0367	-0.0366	-0.0001	0.0355	-0.0356

### Podsumowanie

Przedstawiony w pracy model matematyczny obwodu z obciążeniem nieliniowym i szerokopasmowym filtrem wyższych harmonicznych umożliwia prowadzenie analiz symulacyjnych pod kątem poprawy jakości energii elektrycznej. Bezwymiarowa postać matematycznego modelu obwodu pozwoliła zredukować liczbę zmiennych i parametrów symulacji. Jest to zaletą w porównaniu do modeli dostępnych w literaturze, gdzie duża ilość zmiennych modelu utrudnia przeprowadzenie eksperymentu symulacyjnego prostymi metodami. Konieczne są wtedy bardziej złożone algorytmy numeryczne.

Przyjęty model obciążenia nieliniowego ma znaczenie praktyczne. Model  $\text{sign}(I)$  jest stosowany w opisie modelu łuku elektrycznego oraz analizie prostowników, które często występują w zastosowaniach technicznych. Model obwodu oraz model matematyczny, może stanowić pewien model odniesienia do dalszych analiz oraz testowania metod projektowania i oceny skuteczności filtrów wyższych harmonicznych.

Cechą wyróżniającą stosowany filtr jest indukcyjność włączona szeregowo między system zasilania i odbiornik.

Może ona powodować dodatkowy spadek napięcia w obwodzie. Korzyści stosowania filtra szerokopasmowego niwelują te utrudnienia. Prąd przepływający przez tą indukcyjność nie ma składowej stałej i indukcyjność może być z rdzeniem bez szczeliny powietrznej. Ponadto filtr może być utworzony z wykorzystaniem baterii kompensacji mocy bierniej. Takie działania są widoczne w tabeli 2.

Przeprowadzona analiza symulacyjna obwodu pozwala twierdzić, że stosowanie filtru szerokopasmowego wyższych harmonicznych skutecznie ogranicza oddziaływanie systemu elektroenergetycznego i obciążenia nieliniowego, eliminując przy tym problemy, które mogą wystąpić dla filtrów rezonansowych LC.

**Autorzy:** MSc Paweł Strzabala, Kielce University of Technology, Department of Electric Engineering, Automatic Control and Computer Science, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: pstrzabala@tu.kielce.pl; Professor Mirosław Wciślik, Kielce University of Technology, Department of Electric Engineering, Automatic Control and Computer Science, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: wcislik@tu.kielce.pl

### LITERATURA

- [1] Analog Devices: The Next Generation of Power Quality Monitoring Technology - Helping Industrial Equipment Stay Healthy, Analog Devices, 2017
- [2] Lange A., Pasko M.: Wybrane metody poprawy jakości energii elektrycznej za pomocą układów LC, Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2015
- [3] T. Popławski, M. Kurkowski, J. Mirowski: „Zastosowanie filtrów pasywnych do eliminacji wyższych harmonicznych prądu”, Przegląd Elektrotechniczny, nr 1, s. 170-173, 2021
- [4] Das J.C.: Power System Harmonics and Passive Filter Designs, 2015, John Wiley & Sons
- [5] Swamy M. M., Biesel G. R., Rossiter S. L.: Patent: 5444609, Passive Harmonic Filter System for Variable Frequency Drives, 1995
- [6] Hava, Zubi: Improved Broadband Harmonic Filter Design for Adjustable Speed Drives, 2005
- [7] Zubi H. M., Dunn R. W., Robinson F. V. P.: Optimizing Broadband Harmonic Filter Design for Adjustable Speed Drive Systems, 2011
- [8] Strzabala P., Wciślik M.: Analysis of interactions in the circuit of the power system with nonlinear load and LC passive filter, Przegląd Elektrotechniczny, nr 3, 2020
- [9] User and Installation Manual: Ecosine max Passive Harmonic Filters, Schaffner, 2020
- [10] IEEE Power and Energy Society: IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems, New York, 2014
- [11] Wciślik M.: Bilanse mocy w obwodzie prądu przemiennego z odbiornikiem nieliniowym, Przegląd Elektrotechniczny, nr 2, 2014