

doi:10.15199/48.2025.01.22

Multipunktowy algorytm eliminacji drgań chaotycznych w nieliniowych układach nieautonomicznych

Streszczenie. W pracy przedstawiono nowy multipunktowy algorytm, który pozwala na efektywną eliminację drgań chaotycznych poprzez stabilizację wybranej orbity okresowej, zanurzonej w dziwnym atraktorze danego układu nieautonomicznego. Prezentowany algorytm polega na niewielkich modyfikacjach kilku wybranych parametrów sterujących w każdej chwili próbkowania. Takie podejście pozwala na niezwykle efektywną eliminację oscylacji chaotycznych w złożonych nieliniowych układach nieautonomicznych w obecności silnych zakłóceń i szumów.

Abstract. The paper presents a new multipoint algorithm that allows for effective elimination of chaotic oscillations by stabilizing a selected periodic orbit embedded in a strange attractor of a given non-autonomous system. The presented algorithm involves small modifications of several selected control parameters at each sampling time. This approach allows for extremely effective elimination of chaotic oscillations in complex nonlinear non-autonomous systems in the presence of strong interference and noise. (**Multipoint algorithm for eliminating chaotic vibrations in nonlinear non-autonomous systems**).

Słowa kluczowe: drgania chaotyczne, nieliniowe układy nieautonomiczne, stabilizacja niestabilnych orbit okresowych, dziwne atraktory.

Keywords: chaotic oscillations, nonlinear non-autonomous systems, stabilization of periodic orbits, strange attractors.

Wstęp

Z uwagi na fakt szerokiego zastosowania komputerów do rozwiązywania problemów nieliniowych w ciągu ubiegłych 35 lat można było zaobserwować gwałtowny wzrost zainteresowania ośrodków badawczych tematyką związaną z dynamiką chaotyczną. Cechą charakterystyczną układów chaotycznych jest silna wrażliwość ich dynamiki na zmiany warunków początkowych. Ponadto przebiegi określonych zmiennych stanu owych układów przypominają przebiegi zupełnie przypadkowe [1-7].

Należy podkreślić, że drgania chaotyczne mogą pojawić się tylko w układach nieliniowych. W przypadku układów nieautonomicznych, ich rząd musi wynosić minimum 2 tak, aby w obwodzie mogło dojść do powstania rozpatrywanych zjawisk. Wynika to z faktu, że nieautonomiczny układ równań różniczkowych drugiego rzędu można sprowadzić do postaci układu autonomicznego trzeciego rzędu.

Drgania chaotyczne, jako nieokresowe oscylacje, które są nieprzewidywalne w dłuższej perspektywie czasowej, są z reguły niepożądane, więc zaczęto prowadzić intensywne prace badawcze zmierzające do opracowania odpowiednich metod sterowania, które pozwalałyby na eliminację tych niezwykle niekorzystnych zjawisk [4-14]. Okazuje się, że opracowanie efektywnych algorytmów sterowania, obok skutecznych metod przewidywania zjawisk chaotycznych [9, 15-17], jest jednym z najważniejszych problemów, jaki pojawia się przy analizie rozpatrywanych układów nieliniowych.

Doskonałym przykładem, ujawniającym znaczenie prowadzonych rozważań, jest stalowniczy piec łukowy [4, 18, 21-24]. W warunkach pracy pieca w stanie chaotycznym, charakterystyki widmowe prądów pobieranych z sieci zasilającej są ciągłe, a więc układ taki generuje wszystkie harmoniczne z zakresu od zera do kilkudziesięciu herców. Jest to szczególnie niekorzystne zjawisko, ponieważ występowanie drgań subharmonicznych w tak szerokim przedziale częstotliwości, może być bardzo niebezpieczne dla takich elementów jak elektrody pieca oraz transformatory, ze względu na generowanie rezonansów mechanicznych, które mogą być przyczyną poważnych awarii w układach zasilających owe piece łukowe [4, 21-24].

Z uwagi na fakt, że dynamika chaotyczna może pojawiać się tylko w układach nieliniowych, proces stabilizacji takich układów jest znacznie utrudniony. Obwody nieliniowe nie podlegają ani zasadzie proporcjonalności ani też zasadzie

superpozycji, a co za tym idzie, nawet stosunkowo małe zmiany wymuszenia mogą powodować drastyczne, a zarazem nieprzewidywalne efekty [2-4, 6, 7, 9, 11, 12, 18-25].

Inspiracją do powstania wielu ciekawych koncepcji sterowania układów chaotycznych okazała się metoda OGY [13], która została zaprezentowana w 1990 r. przez Otta, Grebogi'ego i Yorke'a. Metoda ta polega na niewielkich zmianach jednego parametru danego układu chaotycznego w celu stabilizacji niestabilnej orbity okresowej należącej do dziwnego atraktora. Zaletą tego algorytmu jest fakt, że w celu eliminacji niepożądanych drgań nie są wymagane wysokie nakłady energetyczne. Bazując na tej koncepcji oraz na metodach wielokrokowych [5-8], dedykowanych dla układów autonomicznych, opracowaliśmy nowe, multipunktowe algorytmy stabilizacji orbit okresowych w nieliniowych układach nieautonomicznych.

Multipunktowy algorytm stabilizacji orbit okresowych

Algorytmy stabilizacji orbit okresowych w wersji jednopunktowej, prezentowane w pracach [8, 13] mogą być trudne do realizacji w realnych układach, ponieważ parametr sterujący układem jest modyfikowany tylko raz w ciągu okresu stabilizowanej orbity. Takie postępowanie może być niewystarczające doysterowania trajektorii w obecności nawet niewielkich zakłóceń. Dodatkowo istotnym ograniczeniem wspomnianych metod jest modyfikacja tylko jednego parametru sterującego. Efektywną eliminację drgań chaotycznych w układach wyższych rzędów, z użyciem algorytmów opisanych w [8, 13], można uzyskać tylko wtedy, gdy punkt stały na przekroju Poincarégo, korespondujący z daną orbitą okresową, posiada tylko jedną niestabilną wartość własną [13].

Z tych powodów opracowaliśmy efektywny algorytm multipunktowy, bazując na metodzie minimum odległości opracowanej przez Galiasa [8], który umożliwia modyfikację wielu wybranych parametrów sterujących w każdej chwili próbkowania, co jest niezwykle istotne w przypadku sterowania złożonych układów chaotycznych wyższych rzędów w obecności silnych zakłóceń i szumów.

Rozważać będziemy nieautonomiczny układ nieliniowy, opisany układem równań różniczkowych zwyczajnych n -tego rzędu, którego stan chwilowy zależy od k parametrów \mathbf{p} :

$$(1) \quad \frac{dx(t)}{dt} = \mathbf{F}(x(t), \mathbf{p}, t),$$

przy czym \mathbf{F} jest ciągłym polem wektorowym:

$$(2) \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t) = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t + T),$$

gdzie $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^k$, przy czym $k \leq n$. Załóżmy, że dla nominalnej wartości parametrów $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$ orbita okresowa γ należy do chaotycznego atraktora. Zakładamy ponadto, że niewielka dopuszczalna zmiana parametrów $\Delta \mathbf{p}_{max}$:

$$(3) \quad \mathbf{p}_0 - \Delta \mathbf{p}_{max} \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_0 + \Delta \mathbf{p}_{max}$$

nie prowadzi do zaniku dziwnego atraktora oraz wybranej orbity okresowej γ , będącej celem sterowania. Układ (1) możemy przekształcić do postaci $n+1$ autonomicznych równań różniczkowych poprzez wprowadzenie zmiennej zależnej \bar{x}_{n+1} zamiast argumentu t prawej strony równania (1) oraz dodanie dodatkowego równania $\frac{d\bar{x}_{n+1}}{dt} = 1$, przy czym zmienną \bar{x}_{n+1} będziemy traktować jako zmienną okresową:

$$(4) \quad \bar{x}_{n+1} = x_{n+1} \text{ mod } T_\gamma$$

o okresie T_γ danej orbity okresowej, który jest całkowitą wielokrotnością okresu T .

W przypadku sterowania multipunktowego w każdej chwili próbkowania dynamicznie określamy odwzorowanie, które punktem z jednej hiperpłaszczyzny przyporządkowuje punkty z kolejnej hiperpłaszczyzny. Zagadnienie sterowania polega więc na takim usytuowaniu hiperpłaszczyzny Σ_i , aby trajektoria fazowa układu chaotycznego przecinała ją transversalnie w punkcie \mathbf{x}_i w danej chwili próbkowania. Przez \mathbf{P}_i oznaczmy uogólnione odwzorowanie Poincarégo, zdefiniowane w pewnym otoczeniu punktu \mathbf{x}_{F_i} , przy czym odwzorowanie to zależy od k parametrów:

$$(5) \quad \mathbf{P}_i: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^k \ni (\mathbf{x}, \mathbf{p}) \rightarrow \mathbf{P}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \in \mathbf{R}^n.$$

Niech \mathbf{x}_{F_i} będzie punktem stałym odwzorowania (5) dla nominalnej wartości parametrów $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$:

$$(6) \quad \mathbf{P}_i(\mathbf{x}_{F_i}, \mathbf{p}_0) = \mathbf{x}_{F_{i+1}}.$$

Liniovą aproksymację uogólnionego odwzorowania \mathbf{P}_i w otoczeniu punktu stałego $(\mathbf{x}_{F_i}, \mathbf{p}_0)$ możemy przedstawić w postaci:

$$(7) \quad \mathbf{P}_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \approx \mathbf{P}_i(\mathbf{x}_{F_i}, \mathbf{p}_0) + \mathbf{J}_{\mathbf{P}_i}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{F_i}) + \mathbf{G}_i(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0),$$

gdzie $\mathbf{x}, \mathbf{x}_{F_i} \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^k$, $\mathbf{J}_{\mathbf{P}_i} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{G}_i \in \mathbf{R}^{n \times k}$.

Współczynniki aproksymacji (7) mogą być wyznaczone z dużą dokładnością, przy wykorzystaniu procedur całkowania numerycznego [4-7]. Macierz $\mathbf{J}_{\mathbf{P}_i} = \frac{\partial \mathbf{P}_i}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_{F_i}, \mathbf{p}_0)$ jest macierzą Jacobiego uogólnionego odwzorowania Poincarégo w punkcie $(\mathbf{x}_{F_i}, \mathbf{p}_0)$, natomiast $\mathbf{G}_i = \frac{\partial \mathbf{P}_i}{\partial \mathbf{p}}(\mathbf{x}_{F_i}, \mathbf{p}_0)$ jest macierzą pochodnych cząstkowych odwzorowania \mathbf{P}_i względem zbioru parametrów \mathbf{p} .

Proces sterowania polega na minimalizacji odległości trajektorii od punktu stałego na przekroju Poincarégo. Co ważne, zmniejszanie odległości odbywa się we wszystkich kierunkach przestrzeni fazowej układu (1), ponieważ hiperpłaszczyzny odwzorowania Poincarégo usytuowane są wzdłuż dodatkowej osi \bar{x}_{n+1} , która jest tożsama ze zmienną t . Oznacza to, że zmienna $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ odwzorowania \mathbf{P}_i odpowiada zmiennej stanu układu (1). W celu eliminacji drgań chaotycznych będziemy poszukiwać takiej wartości parametrów $\mathbf{p} = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_k]^T$, aby zminimalizować odległość śladu trajektorii od punktu stałego odwzorowania w każdej chwili próbkowania:

$$(8) \quad d(\mathbf{P}_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}), \mathbf{x}_{F_{i+1}}) = \min.$$

Korzystając z liniowego przybliżenia odwzorowania (7) oraz z definicji pseudoinwersji macierzy [26], wartość parametrów sterujących \mathbf{p} , dla której poniższe wyrażenie:

$$(9) \quad \|\mathbf{J}_{\mathbf{P}_i}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{F_i}) + \mathbf{G}_i(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)\|$$

osiąga minimum, wynosi:

$$(10) \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 - (\mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_i)^{-1} \mathbf{G}_i^T \mathbf{J}_{\mathbf{P}_i}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{F_i}),$$

gdzie $\mathbf{x}, \mathbf{x}_{F_i} \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{p}, \mathbf{p}_0 \in \mathbf{R}^k$, $\mathbf{J}_{\mathbf{P}_i} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{G}_i \in \mathbf{R}^{(n-1) \times k}$, przy czym zakładamy, że rząd macierzy \mathbf{G}_i wynosi k .

W rozważanej metodzie multipunktowej w każdej chwili próbkowania dokonywana jest stosowna modyfikacja parametrów zgodnie z (10) w sytuacji, gdy odległość trajektorii fazowej od punktu stałego \mathbf{x}_{F_i} na przekroju odwzorowania \mathbf{P}_i jest mniejsza od założonej wartości d_{max} . W przeciwnym przypadku parametry sterujące ustawiane są na wartość nominalną \mathbf{p}_0 . Z ponowną modyfikacją parametrów należy zaczekać do momentu, gdy trajektoria fazowa zbliży się dostatecznie blisko danej orbity okresowej.

Proces sterowania z wykorzystaniem prezentowanego algorytmu multipunktowego jest możliwy do realizacji w sytuacji, gdy dysponujemy odpowiednim opisem analitycznym położenia wybranej orbity okresowej w przestrzeni fazowej. Opis ten jest niezbędny do wyznaczenia położenia punktów stałych \mathbf{x}_{F_i} na przekrojach odwzorowania Poincarégo w całej przestrzeni fazowej objętej dziwnym atraktorem. W przypadku układów nieautonomicznych, problem ten jest znacznie prostszy w porównaniu do opisu położenia orbity w układach autonomicznych [4-7]. Wynika to z faktu, że położenie orbity γ możemy stabilizować, ponieważ dowolna niestabilna orbita okresowa należąca do dziwnego atraktora układu (1) jest jednoznacznie usytuowana względem osi \bar{x}_{n+1} , która jest tożsama z osią czasu w zakresie od 0 do T_γ .

Olbryzią zaletą prezentowanego algorytmu jest to, że liniowa aproksymacja (7) jest bardzo dokładna w znacznie większej odległości trajektorii od danego punktu stałego \mathbf{x}_{F_i} , niż ma to miejsce w przypadku metod wielopunktowych [8, 13]. Jest to niezwykle korzystna własność, ponieważ możliwe jest znaczne zwiększenie parametru d_{max} , który wpływa na moment rozpoczęcia stabilizacji. Takie podejście znacznie skraca przejściowy proces, w którym układ jest niekontrolowany, a co za tym idzie, układ znacznie krócej znajduje się w stanie chaotycznym. Ponadto, możliwość zwiększenia parametru d_{max} ma ogromne znaczenie w sytuacji stabilizacji wybranej orbity w obecności silnych zakłóceń i szumów. Należy także podkreślić, że możliwość zmiany wielu parametrów układu, pozwala na eliminację drgań chaotycznych w dowolnie złożonych układach nieliniowych, w których poszczególne punkty stałe na przekrojach uogólnionego odwzorowania Poincarégo mogą posiadać więcej niż tylko jedną niestabilną wartość własną.

Poszukiwanie orbit okresowych

Jedną z istotnych właściwości procesów chaotycznych jest możliwość współistnienia niestabilnych cykli granicznych w bliskim sąsiedztwie dziwnych atraktorów. Przy pewnych nieskończonych w dziwnym atraktorze może być zanurzonych wiele niestabilnych orbit okresowych [4-8]. Wyznaczenie położenia poszczególnych orbit jest niezbędne do przeprowadzenia sterowania z wykorzystaniem omawianej koncepcji. Identyfikacja polega na poszukiwaniu orbit pseudookresowych, będących częścią trajektorii. W celu znacznego zredukowania czasu obliczeń [4, 8] można zlokalizować interesujące nas orbity pseudookresowe na podstawie analizy próbek odwzorowania Poincarégo. W tym celu należy wygenerować trajektorię $\{\mathbf{x}_{F_i}\}_{i=1}^M$ odwzorowania

Poincarégo na podstawie ciągu próbek $\{x_i\}_{i=1}^N$, a następnie dla każdej próbki x_{p_i} należy wyznaczyć najmniejszą liczbę całkowitą $k > 0$, która spełnia warunek $d(x_{p_i+k}, x_{p_i}) \leq \varepsilon_1$. Przyjmując odpowiednio małe ε_1 , istnieje duże prawdopodobieństwo, że w niewielkim otoczeniu danej orbity pseudookresowej znajduje się poszukiwana niestabilna orbita okresowa. W wyniku owej procedury możemy zlokalizować wiele orbit pseudookresowych, które odpowiadają tej samej orbicie okresowej. W sytuacji, gdy zlokalizowane pseudoorbity są zdefiniowane jako następujące ciągi próbek $\gamma_1 = (x_{p_{i_1}}, x_{p_{i_1+1}}, \dots, x_{p_{i_1+k_1}})$ oraz $\gamma_2 = (x_{p_{i_2}}, x_{p_{i_2+1}}, \dots, x_{p_{i_2+k_2}})$, to odległość między owymi orbitami można obliczyć, stosując poniższą zależność:

$$(11) \quad dist(\gamma_1, \gamma_2) = \max_{i_1 \leq i < i_1+k_1} \left[\min_{i_2 \leq j < i_2+k_2} d(x_{p_i}, x_{p_j}) \right].$$

W przypadku, gdy wyznaczona w ten sposób odległość między orbitami pseudookresowymi jest mniejsza od pewnej małej liczby rzeczywistej ε_2 , to można przyjąć, że orbity te odpowiadają konkretnej orbicie okresowej, przy czym jej położenie należy oszacować jako średnią położenia odpowiadających jej orbit pseudookresowych. Omawiana metoda daje niezłe rezultaty w przypadku, gdy poszukujemy krótsze orbity okresowe. Jest to szczególnie istotne w przypadku omawianych metod eliminacji drgań chaotycznych.

Drgania chaotyczne w układzie nieautonomicznym

Rozpatrywany algorytm eliminacji drgań chaotycznych przetestujemy z wykorzystaniem zmodyfikowanego obwodu Chua'y z gładką charakterystyką opornika nieliniowego [2, 4]. Układ ten pomimo niezbyt skomplikowanej struktury charakteryzuje się niezwykle ciekawą dynamiką, która jest uzależniona od doboru odpowiednich parametrów elementów liniowych oraz charakterystyki opornika nieliniowego. Przy odpowiednim doborze parametrów można zaobserwować w tym obwodzie pełną gamę zachowań, charakterystycznych dla szerokiej klasy nieliniowych układów dynamicznych, a mianowicie: bifurkacje, drgania wielookresowe oraz quasiokresowe, a także drgania chaotyczne.

Stan chwilowy obwodu, poddanego analizie, opisuje poniższy układ równań różniczkowych:

$$(12) \quad \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{1}{C_2} \left(\frac{u_1 - u}{R} - i(u) \right) \\ \frac{du_1}{dt} &= \frac{1}{C_1} \left(\frac{u - u_1}{R} + i_L \right) \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{L} (e(t) - u_1 - R_L \cdot i_L) \end{aligned} ,$$

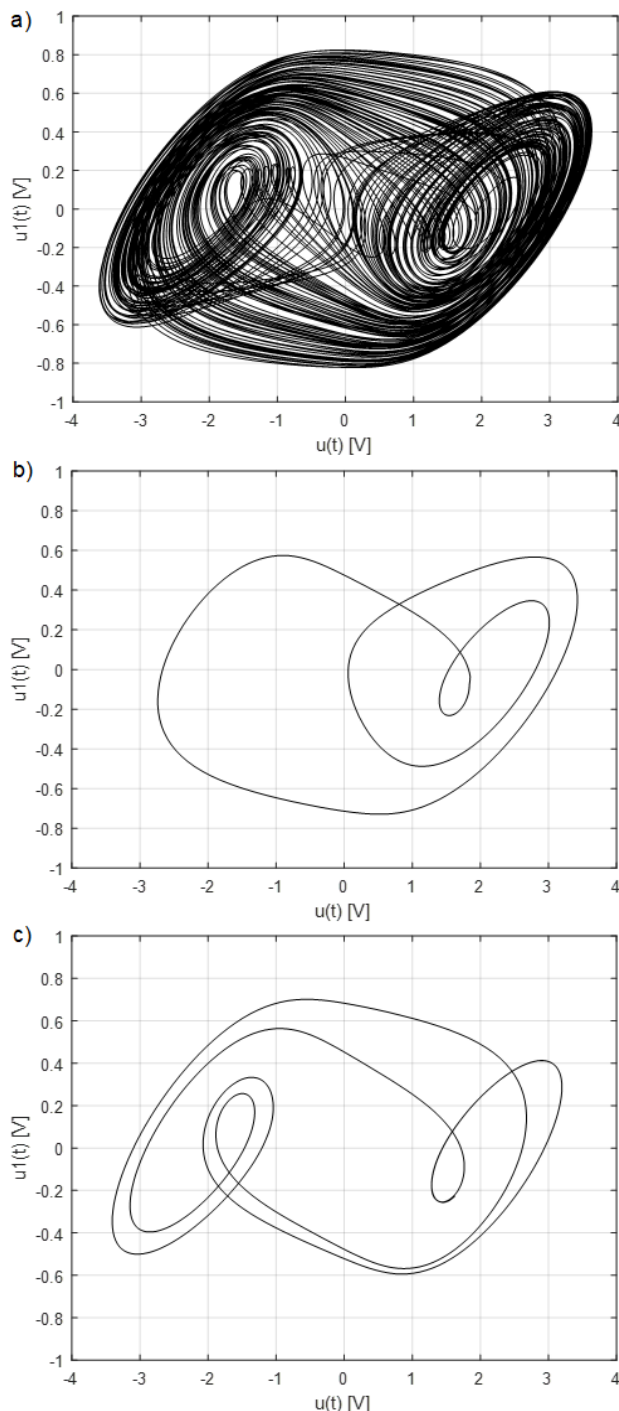
gdzie gładką charakterystykę prądowo-napięciową opornika nieliniowego można opisać poniższą zależnością:

$$(13) \quad i(u) = G_1 u + v(G_2 - G_1) \operatorname{tgh} \left(\frac{u}{v} \right), \quad |G_1| < |G_2|.$$

W celu weryfikacji skuteczności opracowanego algorytmu multipunktowego przeprowadziliśmy szereg eksperymentów numerycznych z wykorzystaniem pakietu MATLAB. Analiza drgań w układzie została zrealizowana dla następującego zbioru parametrów: $C_1 = 68 \text{mF}$, $C_2 = 4,4 \text{mF}$, $L = 2,4 \text{mH}$, $R = 1 \Omega$, $R_L = 0$, $G_1 = -0,7143 \text{S}$, $G_2 = -1,3429 \text{S}$, $v = 1 \text{V}$, $e(t) = 0,04 \sin(20\pi t) \text{V}$.

Trajektoria fazowa danego układu chaotycznego, po zaniku stanu nieustalonego, zajmuje przestrzeń fazową ograniczoną dziwnym atraktorem. Cechą charakterystyczną atraktorów chaotycznych jest struktura fraktalna. Wyrażają one naturalną zdolność układu dynamicznego do samoorganizowania się w taki sposób, że jego trajektoria fazowa wypełnia przestrzeń atraktora równomiernie, przy

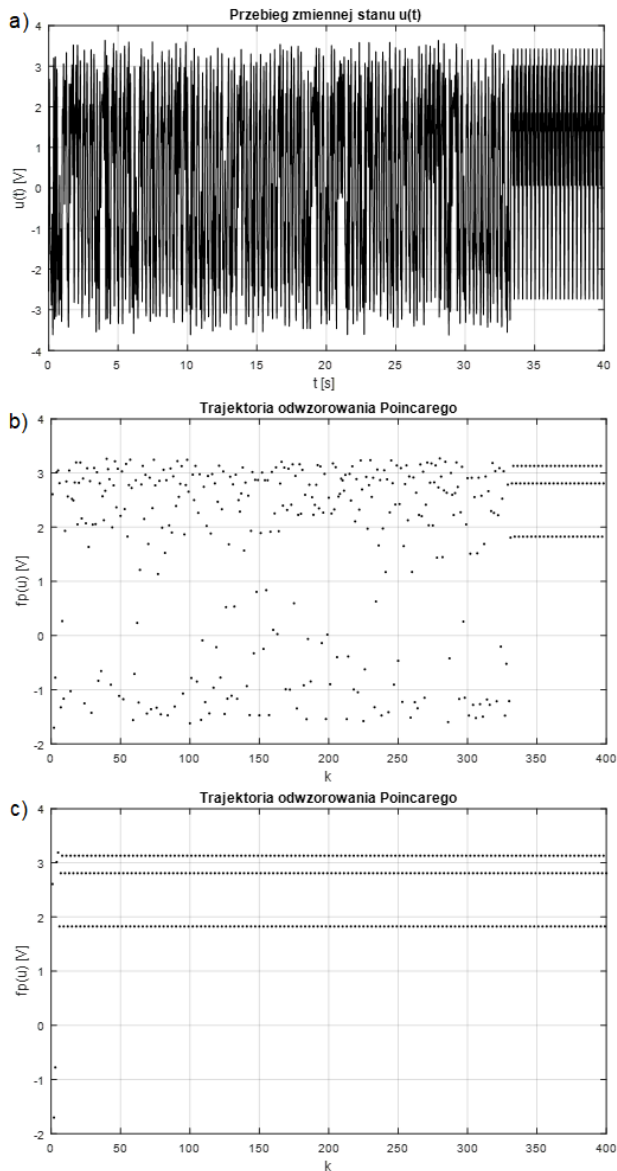
czym w różnych przedziałach czasu pozostawanie owej trajektorii w określonych obszarach atraktora może być różne. Rysunek 1a przedstawia mutację atraktora dwukłębkowego, charakterystycznego dla układu Chua'y. Cechą charakterystyczną takiego atraktora jest fakt, że składa się on z nieskończenie wielu niestabilnych orbit okresowych. Ze względu na ograniczone ramy tego artykułu prezentujemy tylko dwie niestabilne orbity, należące do owego atraktora. Na rysunku 1b przedstawiona jest orbita 3T-okresowa, natomiast rysunek 1c prezentuje dłuższą orbitę 5T-okresową. Oznaczenie 5T sugeruje, że okres tej orbity jest pięciokrotnie dłuższy od okresu wymuszenia występującego w układzie nieliniowym (12).



Rys. 1. Portret fazowy układu przedstawiający: a) mutację atraktora dwukłębkowego; b) niestabilną orbitę 3T-okresową; c) niestabilną orbitę 5T-okresową

Stabilizacja drgań chaotycznych

Stabilizacja drgań nieokresowych w rozpatrywanym układzie nieliniowym, przy wykorzystaniu metody multipunktowej, polega na stabilizacji wybranej orbity okresowej poprzez dokonywanie niewielkich modyfikacji wybranych parametrów sterujących w każdej chwili próbkowania. Proces sterowania można rozpocząć w momencie, gdy trajektoria przejdzie dostatecznie blisko stabilizowanej orbity.

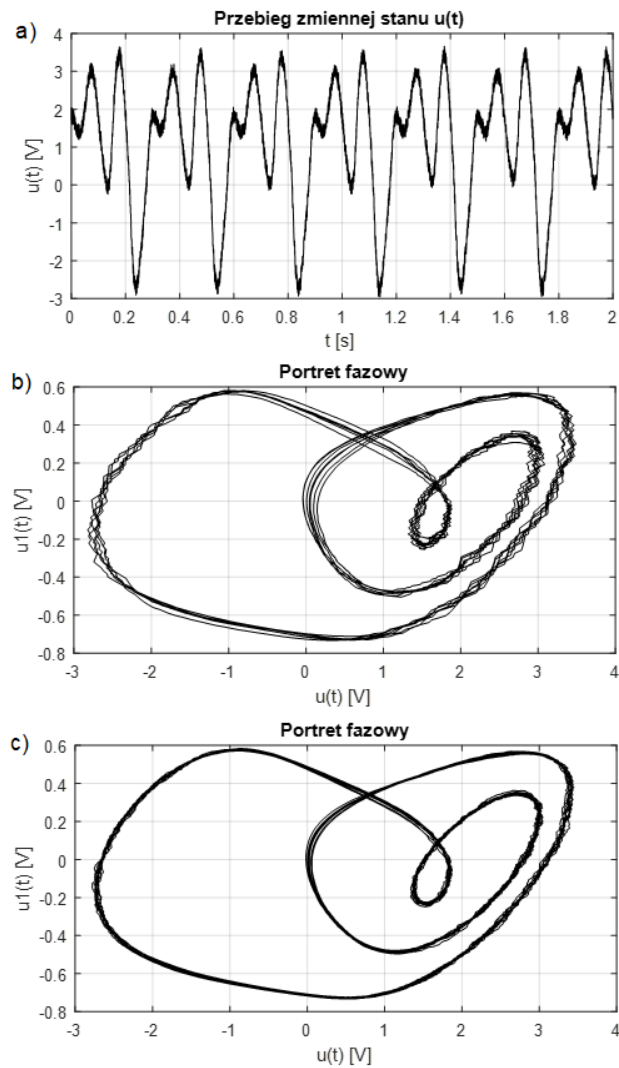


Rys.2. Stabilizacja orbity 3T-okresowej, należącej do dziwnego atraktora: a), b) dla $d_{\max} = 0,01$; c) dla $d_{\max} = 0,1$

Na rysunku 2a przedstawiony jest przebieg napięcia $u(t)$ uzyskany dla wartości parametru $d_{\max} = 0,01$. Trajektoria fazowa układu po upływie 33,41s zbliżyła się na tyle blisko orbity okresowej, że możliwe było uruchomienie procedury sterowania. Na rysunku 2b przedstawiona jest trajektoria odwzorowania Poincarégo, która wyraźnie pokazuje, że w 330-tej iteracji odwzorowania w układzie generowane są drgania 3T-okresowe, czego potwierdzeniem są 3 punkty na przekroju Poincarégo. W przypadku zwiększenia parametru d_{\max} do wartości 0,1, rozpoczęcie efektywnego sterowania było możliwe po upływie 0,48s (rys. 2c). Orbita okresowa została ustabilizowana już w 6-tej iteracji odwzorowania. Uzyskane rezultaty potwierdzają zalety opracowanego

algorytmu. Wysoka dokładność aproksymacji uogólnionego odwzorowania Poincarégo (7) w dużym otoczeniu orbity okresowej pozwala na znaczne skrócenie momentu rozpoczęcia sterowania, co jest niezwykle istotne w przypadku sterowania realnych układów dynamicznych.

Na rysunku 3 przedstawione są rezultaty sterowania rozpatrywanego układu nieautonomicznego, uzyskane przy uwzględnieniu szumu na poziomie 7 procent poszczególnych zmiennych stanu. Układ nieautonomiczny charakteryzuje się bardziej złożoną dynamiką, niż standardowy układ Chua'y, stąd konieczność zastosowania sterowania z modyfikacją więcej niż jednego parametru.

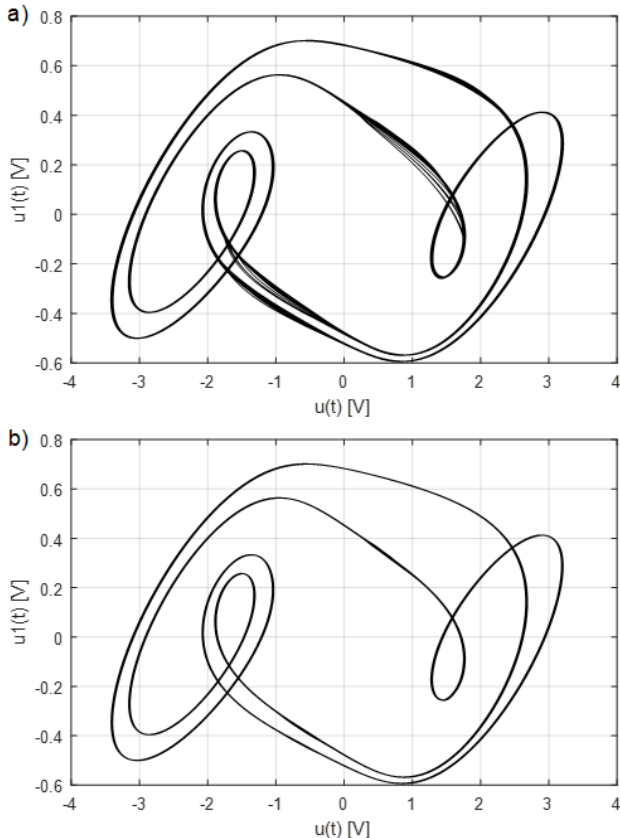


Rys.3. Rezultaty stabilizacji orbity 3T-okresowej, uzyskane w obecności szumu w układzie dla okresu próbkowania wynoszącego: a), b) $h = 0,0005s$; c) $h = 0,0001s$

Modyfikacja tylko jednego parametru pozwala na stabilizację owej orbity w układzie bez zakłóceń. Rysunek 3a przedstawia przebieg zaszumionej zmiennej stanu $u(t)$. Prezentowane rezultaty stabilizacji orbity 3T-okresowej otrzymaliśmy przy modyfikacji dwóch parametrów $\mathbf{p} = [R C_1]^T$. Zwiększenie liczby parametrów sterujących korzystnie wpływa na jakość stabilizacji. Rysunek 3b przedstawia stabilizację drgań uzyskaną dla kroku próbkowania wynoszącego $h=0,0005s$. Pięciokrotnie zmniejszenie parametru h prowadzi do znacznej poprawy jakości regulacji w obecności silnego szumu w układzie (rys. 3c).

Opracowany algorytm multipunktowy jest bardzo efektywny w przypadku stabilizacji zarówno krótkich orbit

okresowych, jak i tych znacznie dłuższych. Rysunek 4a przedstawia stabilizację orbity 5T-okresowej w obecności silnych zakłóceń przy modyfikacji dwóch parametrów. Zastosowanie sterowania z użyciem modyfikacji trzech parametrów (rys. 4b), prowadzi do uzyskania znacznie lepszych wskaźników jakości, co jest kolejnym potwierdzeniem zalet opracowanego algorytmu.



Rys.4. Stabilizacja orbity 5T-okresowej w obecności silnych zakłóceń: a) $\mathbf{p} = [R \ C_1]^T$; b) $\mathbf{p} = [R \ C_1 \ L]^T$

Podsumowanie

Opracowany algorytm multipunktowy, dzięki możliwości modyfikacji wielu parametrów sterujących w każdej chwili próbkowania jest niezwykle efektywny. Pozwala na stabilizację orbit okresowych w złożonych układach chaotycznych wyższych rzędów nawet w przypadku, gdy punkt stały na przekroju Poincarégo ma więcej niż jedną niestabilną wartość własną. Niewielkie odległości pomiędzy hiperplaszczynami Σ_i sprawiają, że liniowa aproksymacja odwzorowania Poincarégo jest bardzo dokładna w dużym otoczeniu orbity okresowej, co umożliwia stabilizację dowolnych orbit okresowych w obecności silnych zakłóceń i szumów. Ponadto, jak wynika z przeprowadzonych badań, opóźnienie sygnału sterującego na poziomie 0,5 okresu próbkowania nie wpływa negatywnie na proces sterowania, więc algorytm ten może być bardzo efektywny w realnych zastosowaniach.

Autor: dr inż. Radosław Basiński, Politechnika Warszawska, Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Systemów Informacyjno-Pomiarowych, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, E-mail: radoslaw.basinski@pw.edu.pl.

LITERATURA

[1] Ott E., Chaos in Dynamical Systems, Cambridge Univ. Press, 1993
 [2] Trzaska Z., Drgania w obwodzie Chua'y jako kompendium zjawisk chaotycznych, *Przegląd elektrotechniczny*, nr 6/2005, 25-32

[3] Trzaska Z., Impact and chaotic phenomena in nonlinear nonsmooth electrical dynamical systems, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 4/2015, 77-85
 [4] Basiński R., Stabilizacja orbit okresowych w układach podatnych na chaos, *Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska*, 2019
 [5] Basiński R., Siwek K., Efektywny dwupołożeniowy algorytm stabilizacji orbit okresowych w układach chaotycznych, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 12/2020, 140-145
 [6] Basiński R., Siwek K., New multipoint algorithm for eliminating chaotic vibrations in complex non-linear systems, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 6/2021, 91-96
 [7] Basiński R., Siwek K., New effective algorithm for stabilizing periodic orbits of chaotic systems, *Proceedings of 2020 IEEE 21st International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering, CPEE 2020*, 1-4
 [8] Galias Z., New method for stabilization of unstable periodic orbits in chaotic systems, *Int. J. Bifurcation Chaos*, 1995, vol. 5(1), 281-295
 [9] Hojjat K., Salarieh H., A new approach to extreme event prediction and mitigation via Markov-model-based chaos control, *Chaos, Solitons and Fractals*, vol.136, 2020
 [10] Jiang H., Jia M., Chaos control for multi-scroll chaotic attractors generated by introducing a bipolar sigmoid function series, *Indian Journal of Physics*, 2020, vol. 94(6), 851-861
 [11] Khan A. Q., Maqbool A., Turki D. Alharbi, Bifurcations and Chaos Control in a Discrete Rosenzweig-MacArthur Prey-Predator Model, *Chaos* (Woodbury, N.Y.), 2024-03, Vol.34 (3)
 [12] Sekman D., Karakaya V., On Chaos Controlling Mechanism for Ishikawa Iteration and Its Traffic Flow Model in Discrete Dynamical Systems, *Journal of dynamical and control systems* 29.4 (2023): 1547-1570
 [13] Ott E., Grebogi C., Yorke J.A., Controlling chaotic dynamical systems, *Published in: Chaos-Soviet-American Perspectives on Nonlinear Science, D.K. Campbell ed., American Institute of Physics*, New York, 1990 ,153-172
 [14] Tang G., Ning L., Chaotic Behavior and Controlling Chaos in a Fast-Slow Plankton-Fish Model, *AIMS mathematics* 9.6 (2024): 14376-14404
 [15] Osowski S., Siwek K., Local Dynamic Integration of Ensemble in Prediction of Time Series, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 2019, vol. 67(3), 517-525
 [16] Siwek K., Osowski S., Data Mining Methods for Prediction of Air Pollution, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2016, vol. 26(2), 467-478
 [17] Siwek K., Osowski S., Improving the Accuracy of Prediction of PM10 Pollution by the Wavelet Transformation and an Ensemble of Neural Predictors, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2012, vol. 25(6), 1246-1258
 [18] Kazała R., Wciślik M., Analiza wpływu stanu procesu elektrostalowniczego na charakterystyki obwodu elektroenergetycznego pieca łukowego AC, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 1/2024, 212-215
 [19] Basiński K., Ufnalski B., Grzesiak L., Particle swarm based repetitive spline compensator for servo drives, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 2/2017, 181-187
 [20] Basiński R., Wpływ pojemności dodatkowego kondensatora na eliminowanie rozbłysków lampy fluorescencyjnej, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 8/2008, 228-231
 [21] Gała M., Rak J., Jagieła K., Praca pieca łukowego AC w systemie elektroenergetycznym, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 12/2019, 246-251
 [22] Gała M., Sawicki A., Marciniak L., Wpływ zaburzeń parametrów łuku na stopień odształcenia sygnałów w obwodzie elektrycznym, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 4/2024, 197-200
 [23] Sawicki A., Haltof M., Modelowanie wpływu zaburzeń zewnętrznych na charakterystyki dynamiczne łuku elektrycznego, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 12/2016, 161-164
 [24] Kazała R., Wciślik M., Analiza wpływu stanu procesu elektrostalowniczego na charakterystyki obwodu elektroenergetycznego pieca łukowego AC, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 1/2024, 212-215
 [25] Trzaska Z., Dynamical processes in sequential-bipolar pulse sources supplying nonlinear loads, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 3/2014, 147-152
 [26] Osowski S., Cichocki A., Siwek K., MATLAB w zastosowaniu do obliczeń obwodowych i przetwarzania sygnałów, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*, Warszawa 2006