

Analiza procesów niestabilnych w trójfazowej długiej linii zasilania z asymetrycznym obciążeniem

Streszczenie. W pracy niniejszej, na podstawie nowego interdyscyplinarnego podejścia, które wykorzystuje zmodyfikowaną zasadę Hamiltona-Ostrogradskiego poprzez rozszerzenie funkcji Lagrange'a opracowano model matematyczny układu elektroenergetycznego, który składa się z trójfazowej długiej linii zasilania oraz asymetrycznego obciążenia RLC. W modelu układu linia zasilania jest przedstawiona, jako skomplikowany obiekt elektroenergetyczny o elektromagnetycznych parametrach rozłożonych. Linia zasilania została opisana równaniami różniczkowymi o pochodnych zwyczajnych i cząstkowych z uwzględnieniem warunków brzegowych drugiego rodzaju Neumanna i trzeciego rodzaju Poincaré. Model matematyczny układu jest opisany dyskretyzowanymi równaniami różniczkowymi przedstawionymi w normalnej postaci Cauchy'ego, które zostały całkowane metodą Runge-Kutta czwartego rzędu.

Abstract. Based on a new interdisciplinary approach using Hamilton-Ostrogradsky principle modified by expanding the Lagrange function, a mathematical model is developed of an electric power system that consists of a three-phase long power supply line and an asymmetric RLC load. The power supply line is presented in the model as a complicated electric power object of distributed electromagnetic parameters. The supply line is described with ordinary and partial differential equations considering Neumann second-type and Poincaré third-type boundary conditions. The mathematical model of the system is described with discretised differential equations in the normal Cauchy format, integrated using Runge-Kutta fourth-order method. (An analysis of transient processes in a three-phase long power supply line including an asymmetric RLC load).

Słowa kluczowe: systemy elektroenergetyczne, modelowanie matematyczne, długa linia zasilania, zasada Hamiltona-Ostrogradskiego, równania Eulera-Lagrange'a, procesy niestabilne, asymetryczne obciążenie.

Keywords: electric power systems, mathematical modelling, a long power supply line, Hamilton-Ostrogradsky principle, Euler-Lagrange equations, transient processes, asymmetric loading.

Wstęp

Modelowanie matematyczne procesów niestabilnych w złożonych układach dynamicznych na dzień dzisiejszy jest bardzo ważnym zagadnieniem zarówno w nauce, jak i w gospodarce narodowej. Jest oczywiste, że efektywny model matematyczny układu z dość wysokim stopniem adekwatności daje możliwości opisania rzeczywistych procesów fizycznych w analizowanym obiekcie. Jest to szczególnie ważne na etapie projektowania, produkcji i eksploatacji złożonych układów elektroenergetycznych. W przypadku ogólnym obiekt techniczny składa się z połączenia różnego rodzaju podukładów, które bardzo często należą do różnych dziedzin nauki np. elektrotechniki, mechaniki, hydrauliki, termodynamiki. Powiązanie wymienionych dyscyplin naukowych w modelu matematycznym w jeden scalony układ może być zadaniem bardzo złożonym. Opracowanie modelu skomplikowanego obiektu technicznego wymaga zorganizowania zespołu naukowego posiadającego bardzo szeroką wiedzę w wymienionych dziedzinach naukowych.

Wymienionych wad pozbawione są metody wariacyjne, które z założenia uwzględniają podejścia interdyscyplinarne [1–4]. Przy metodach wariacyjnych ideologia tworzenia modelu matematycznego złożonego obiektu polega wyłącznie na energetycznym podejściu poprzez wyznaczenie funkcji Lagrange'a, która jest elementem funkcjonału działania wg zasady Hamiltona [5]. Następnie, wymieniony funkcjonał podlega procedurze minimalizacji, co daje możliwość uzyskania równania ekstremali tego funkcjonału [6, 7]. W efekcie finalnym równanie Eulera-Lagrange'a jest elementem modelu matematycznego analizowanego układu dynamicznego.

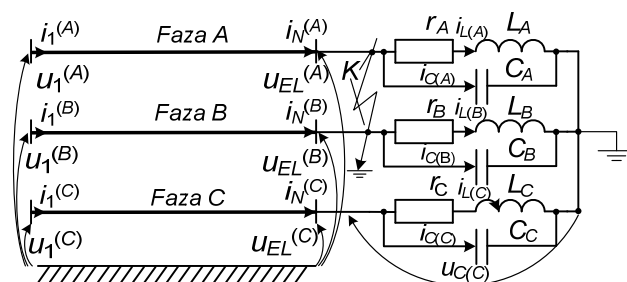
W niniejszym artykule analizujemy trójfazową linię zasilania o parametrach rozłożonych, która jest obciążona asymetrycznym odbiornikiem o charakterze RLC. Na końcach linii znajdują się wyłączniki, w których oprócz procesów elektrycznych występują procesy mechaniczne, termodynamiczne, elektrostatyczne. W analizowanym układzie elektroenergetycznym można w pełni

wykorzystywać wspomniane powyżej interdyscyplinarne podejścia. W pracy niniejszej ograniczymy się tylko do procesów elektrycznych: na poziomie podejść polowych i obwodowych. Wpływ procesów mechanicznych w podobnych układach przedstawiono w pracy [8].

Analizując dostępną literaturę możemy twierdzić, że autorzy wykorzystują bardzo różne podejścia do modelowania procesów niestabilnych w liniach zasilania bazujące na podejściach obwodowych oraz podejściach polowych [9, 10]. Analiza wymienionych sposobów modelowania kardynalnie różnie się z matematycznego punktu widzenia. W podejściach obwodowych wykorzystywane są zwyczajne równania różniczkowe, natomiast w podejściach polowych równania o pochodnych cząstkowych. W pracy niniejszej wykorzystujemy podejścia polowe.

Model matematyczny badanego obiektu

Dla analizy procesów niestabilnych wykorzystujemy, układ elektroenergetyczny przedstawiony na rysunku 1. Układ rozpatruje się, jako fragment sieci elektroenergetycznej, który składa się z długiej linii zasilania o elektromagnetycznych parametrach rozłożonych oraz asymetrycznego obciążenia RLC.



Rys. 1. Schemat zasadniczy obiektu elektroenergetycznego

Sformujemy rozszerzony funkcjonał działania wg Hamiltona-Ostrogradskiego. Ponieważ linia zasilania

przedstawiona jest w podejściu polowym, a asymetryczne obciążenia w podejściu obwodowym, to funkcjonal działania S będzie miał dwa składniki [5]:

$$(1) \quad S = S_1 + S_2 = \int_{t_1}^{t_2} \left(L^* + \int_l L_l dl \right) dt, \quad I = \int_l L_l dl$$

gdzie: S – działanie wg Hamiltona-Ostogradskiego, I – funkcjonal energetyczny, L^* , L_l – zmodyfikowany funkcja Lagrange'a oraz jej gęstość liniowa.

Zmodyfikowana funkcja Lagrange'a opisana jest zależnością [5]:

$$(2) \quad L^* = T^* - P^* + \Phi^* - D^*, \quad L_l = T_l - P_l + \Phi_l - D_l$$

gdzie: T^* – energia (koenergia) kinetyczna, P^* – energia zachowawcza, Φ^* – energia sił rozproszenia (dyssypacji), D^* – energia stronnych niepotencjalnych sił. Parametry z indeksem l określają odpowiednie gęstości liniowe funkcji energetycznych.

Aby zmniejszyć ilość operacji matematycznych w artykule zamieszczamy tylko kluczowe równania. Szczegółowe procedury matematyczne zawarte są w pracy [5]. Równania stanu elektromagnetycznego opisywane są zależnościami:

$$(3) \quad \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\mathbf{L}_0 \mathbf{C}_0)^{-1} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} + (\mathbf{L}_0 \mathbf{g}_0 + \mathbf{r}_0 \mathbf{C}_0) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{g}_0 \mathbf{r}_0 \mathbf{u} \right),$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{v}$$

$$(4) \quad \frac{d\mathbf{i}_L}{dt} = \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{u}_C - \mathbf{r}_L \mathbf{i}_L), \quad \frac{d\mathbf{u}_C}{dt} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{i}_C$$

gdzie:

$$(5) \quad \mathbf{C}_0 \equiv \begin{bmatrix} C_0 + 2C & -C & -C \\ -C & C_0 + 2C & -C \\ -C & -C & C_0 + 2C \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L}_0 \equiv \begin{bmatrix} L_0 & M & M \\ M & L_0 & M \\ M & M & L_0 \end{bmatrix}$$

$$(6) \quad \mathbf{r}_0 \equiv \begin{bmatrix} r_0 + r_Z & r_Z & r_Z \\ r_Z & r_0 + r_Z & r_Z \\ r_Z & r_Z & r_0 + r_Z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}_0 \equiv \begin{bmatrix} g_0 + 2g & -g & -g \\ -g & g_0 + 2g & -g \\ -g & -g & g_0 + 2g \end{bmatrix}$$

$$(7) \quad \mathbf{r} \equiv \text{diag}(r_A, r_B, r_C), \quad \mathbf{L} \equiv \text{diag}(L_A, L_B, L_C)$$

$$(8) \quad \mathbf{C} \equiv \text{diag}(C_A, C_B, C_C), \quad \mathbf{i}_L = \text{colon}(i_L^{(A)}, i_L^{(B)}, i_L^{(C)})$$

$$(9) \quad \mathbf{u}_C = \text{colon}(u_C^{(A)}, u_C^{(B)}, u_C^{(C)}), \quad \mathbf{i}_C = \text{colon}(i_C^{(A)}, i_C^{(B)}, i_C^{(C)})$$

gdzie: \mathbf{r}_0 , \mathbf{L}_0 – macierze własnych rezystancji oraz indukcyjności; \mathbf{g}_0 , \mathbf{C}_0 – macierze własnych przewodności i pojemności względem potencjału ziemi; \mathbf{r} , \mathbf{L} , \mathbf{C} – macierze

zastępczego obciążenia linii zasilania; \mathbf{i}_L , \mathbf{u}_C , \mathbf{i}_C – wektory kolumnowe prądów oraz napięć obciążenia.

Do rozwiązywania równania (3) nie są wykorzystywane tradycyjne warunki brzegowe pierwszego rodzaju Dirichleta, a warunki brzegowe trzeciego rodzaju Poincaré. Takie podejście umożliwia pominięcie wartości napięć w końcu linii, ponieważ w przypadku ogólnym nie są znane wartości tych napięć [11]. Na podstawie drugiego prawa Kirchhoffa dla obwodów o parametrach rozłożonych zapiszemy:

$$(10) \quad -\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \mathbf{L}_0 \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial t} + \mathbf{r}_0 \mathbf{i}$$

Następnie dyskretyzując metodą prostych równania (3), (10) otrzymamy:

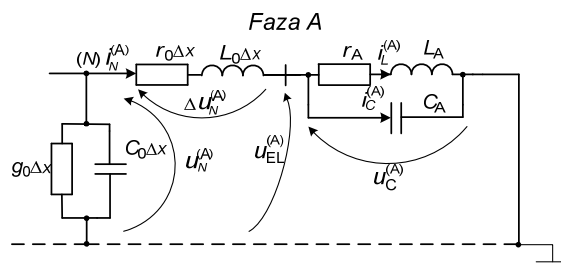
$$(11) \quad \frac{d\mathbf{v}_j}{dt} = (\mathbf{L}_0 \mathbf{C}_0)^{-1} \left(\frac{(\mathbf{u}_{j+1} - 2\mathbf{u}_j + \mathbf{u}_{j-1})}{(\Delta x)^2} - (\mathbf{L}_0 \mathbf{g}_0 + \mathbf{r}_0 \mathbf{C}_0) \mathbf{v}_j - \mathbf{r}_0 \mathbf{g}_0 \mathbf{u}_j \right)$$

$$(12) \quad \frac{d\mathbf{u}_j}{dt} = \mathbf{v}_j, \quad \frac{d\mathbf{i}_j}{dt} = \mathbf{L}_0^{-1} \left(\frac{(\mathbf{u}_{j-1} - \mathbf{u}_{j+1})}{2\Delta x} - \mathbf{r}_0 \mathbf{i}_j \right),$$

$$j = 2, \dots, N$$

Analizując wzory (11), (12) widzimy, że dla $j = N$ pojawia się ukryta funkcja \mathbf{u}_{N+1} – napięcie fikcyjnego węzła dyskretyzacji. Na przeciwieństwie do pierwszego węzła dyskretyzacji, napięcia są znane i dlatego na początku linii wykorzystujemy tradycyjne warunki brzegowe pierwszego rodzaju. Na końcu linii taka procedura jest niemożliwa.

Dla obliczenia napięcia fikcyjnego węzła \mathbf{u}_{N+1} wykorzystujemy schemat przedstawiony na rysunku 2.



Rys.2. Schemat obliczeniowy ostatniego węzła dyskretyzacji linii oraz asymetrycznego obciążenia dla fazy A

Na podstawie drugiego prawa Kirchhoffa zapiszemy, patrz rysunek 2:

$$(13) \quad u_N^{(A)} - \Delta u_N^{(A)} - u_{EL}^{(A)} = 0,$$

$$\Delta u_N^{(A)} = r_0 \Delta x i_N^{(A)} + L_0 \Delta x \frac{di_N^{(A)}}{dt}$$

Lub w postaci macierzowo-wektorowej:

$$(14) \quad \frac{d\mathbf{i}_N}{dt} = [\mathbf{L}_0 \Delta x]^{-1} (\mathbf{u}_N - \mathbf{r}_0 \Delta x \mathbf{i}_N - \mathbf{u}_{EL})$$

Zapiszemy równanie (12) dla N -ro węzła dyskretyzacji ($j = N$) z uwzględnieniem centralnej pochodnej

$$(15) \quad \frac{d\mathbf{i}_N}{dt} = \mathbf{L}_0^{-1} \left(\frac{1}{2\Delta x} (\mathbf{u}_{N-1} - \mathbf{u}_{N+1}) - \mathbf{r}_0 \mathbf{i}_N \right)$$

Z równań (14) i (15) wyznaczamy wirtualne napięcie u_{N+1} :

$$(16) \quad u_{N+1} = u_{N-1} + 2(u_{EL} - u_N)$$

Na podstawie rysunku 2 widać, że $u_{EL} \equiv u_C$. Wymienione napięcie wyznaczamy z drugiego wyrażenia w (4), wykorzystując równanie:

$$(17) \quad i_C = i_N - i_L$$

Dla wyznaczenia prądu w pierwszej dyskretyzowanej jednostce wykorzystujemy równanie (10), które dyskretyzujemy z uwzględnieniem prawej pochodnej. Należy zaznaczyć, że prądy w linii są funkcjami pomocniczymi (nie figurują w procesie iteracyjnym rozwiązywania ogólnego systemu dyskretyzowanych równań różniczkowych):

$$(18) \quad \frac{di_1}{dt} = L_0^{-1} \left(\frac{1}{\Delta x} (u_1 - u_2) - r_0 i_1 \right)$$

Wspólnemu całkowaniu podlega następujący układ równań różniczkowych: (4), (11), (12), a także równanie (19) z uwzględnieniem wzorów (5) – (9), (17), (18).

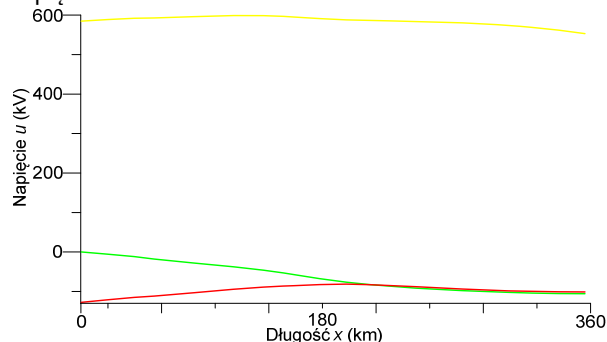
Wyniki symulacji komputerowej

Symulacja komputerowa została przeprowadzona w następujący sposób: w moment czasu $t = 0$ s została włączona linia zasilania w chwili, gdy napięcie fazowe miało wartość zero. Po osiągnięciu stanu ustalonego w końcu linii (w punkcie K – rys. 1) w fazach A i B, w czasie $t = 0.11$ s, zasymulowano dwufazowe zwarcie do ziemi.

Parametry elementów schematu obliczeniowego z rysunku 1 odpowiadają parametrom rzeczywistej linii zasilania 750 kV, która łączy rozdzielnię Zachodnia Ukraińska z Winnicą o długości 360 km. Parametry długości linii energetycznej są następujące: $r_0 = 1.9 \cdot 10^{-5} \Omega/m$, $L_0 = 1.665 \cdot 10^{-6} H/m$, $C_0 = 1.0131 \cdot 10^{-11} F/m$, $g_0 = 3.25 \cdot 10^{-11} Sm/m$, $C = 1.0122 \cdot 10^{-12} F/m$, $g = 3.25 \cdot 10^{-13} Sm/m$, $r_Z = 5 \cdot 10^{-5} \Omega/m$, $M = 7.41 \cdot 10^{-7} H/m$. Parametry zastępczego obciążenia są następujące: $r_A = 490 \Omega$, $r_B = 360 \Omega$, $r_C = 320 \Omega$, $L_A = 0.83 H$, $L_B = 0.77 H$, $L_C = 0.65 H$, $C_A = 0.000002 F$, $C_B = 0.0000018 F$, $C_C = 0.0000015 F$. Symulację komputerową przeprowadzono przy następujących wartościach napięć: $e_A = 620 \sin(\omega t)$ kV, $e_B = 620 \sin(\omega t - 120^\circ)$ kV, $e_C = 620 \sin(\omega t + 120^\circ)$ kV.

Na rysunkach przebiegi napięć i prądów oznaczono następującymi kolorami: faza A – kolor **żółty**, faza B – **zielony**, faza C – **czerwony**.

Na rysunku 3 przedstawiono przebieg napięcia fazowego w linii po czasie $t = 0.004$ s od chwili załączenia napięcia.

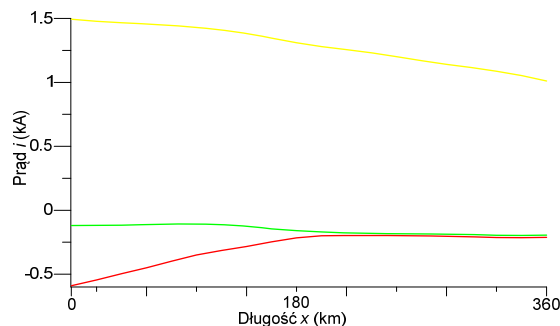


Rys.3. Przebieg napięcia fazowego w linii w czasie $t = 0.004$ s

Napięcie fazy A ma wartość około 600 kV na całej długości linii. Oznacza to, że fala elektromagnetyczna

zdążyła już przejść całą długość linii. W czasie $t = 0,004$ s faza B nie była jeszcze włączona, dlatego napięcie tej fazy na początku linii wynosiło zero. Faza C została włączona w czasie $t = 0,0033$ s, dlatego napięcie w czasie $t = 0,004$ s na początku linii wynosiło ok. -130 kV. Następnie, odpowiednie napięcie fazy B wzrasta do wartości -80 kV w środku linii, a napięcie fazy C zmniejsza się do tej samej wartości również w środku linii. W drugiej połowie linii przebiegi napięć faz B i C są takie same, a wartości ich wynoszą około -100 kV.

Na rysunku 4 przedstawiono przebieg prądu fazowego w linii po czasie $t = 0.004$ s od chwili załączenia napięcia.

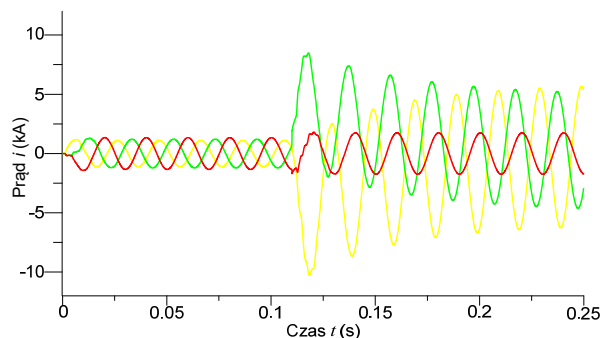


Rys.4. Przebieg prądu fazowego w linii w czasie $t = 0.004$ s

Na rysunku 4, widzimy, że w czasie $t = 0.004$ s prąd fazy A na początku linii wynosi 1.5 kA, stopniowo zmniejszając się wzdłuż linii do wartości 1 kA na jej końcu. Ponieważ w czasie $t = 0.004$ s faza B nie była jeszcze włączona, prąd fazy B był indukowany od fazy A i C i miał wartość -115 A wzdłuż całej linii. Prąd fazy C na początku linii miał wartość -590 A, stopniowo zmniejszał się wzdłuż linii a w środku linii osiągnął wartość prądu fazy B.

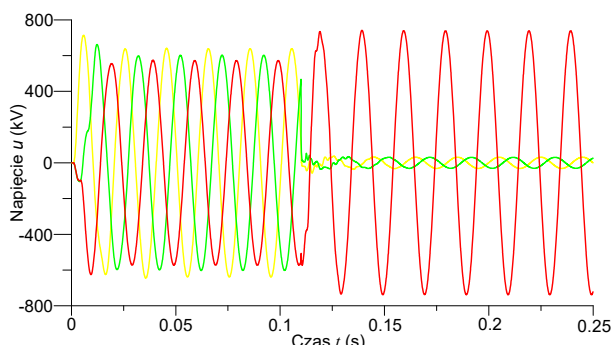
Analizując rysunki 3 i 4 widzimy jak przebiegają procesy fizyczne w linii. Na początku symulacji załączona była tylko faza A, a prądy i napięcia faz B i C były różne od zera dzięki zjawisku indukcji elektromagnetycznej. Następnie podano napięcie do fazy C w czasie $t = 0,0033$ s. Ponieważ od momentu włączenia fazy C upłynęło tylko 0,0007 s, to zaczynając od środka linii, przebiegi napięć (rys. 3) i prądów (rys. 4) faz B i C pozostały takie same.

Na rysunku 5 przedstawiono przebiegi prądu fazowego podczas włączania linii, a następnie podczas stanu dwufazowego zwarcia na końcu linii w punkcie K (rys. 1) w czasie $t = 0.11$ s. Po wejściu w stan ustalony wartości amplitudy prądów fazowych linii wynoszą około 1,2 kA. Po wystąpieniu dwufazowego zwarcia doziemnego faz A i B prąd zwarcziowy fazy A wzrósł do $-10,2$ kA, a fazy B $+8,45$ kA. Amplituda prądu fazy C po wystąpieniu zwarcia wzrosła do 1,75 kA. Warto również zauważyć, że po wystąpieniu zwarcia dwufazowego prądy faz A i B znalazły się w przeciwfazie, co odpowiada teorii przesytu energii elektrycznej.



Rys.5. Przebiegi prądów fazowych na końcu linii

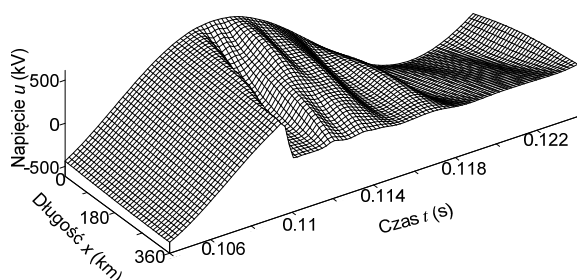
Na rysunku 6 przedstawiono przebiegi napięć fazowych w odległości 18 km od końca linii, a następnie podczas stanu dwufazowego zwarcia na końcu linii.



Rys.6. Przebiegi napięć fazowych w odległości 18 km od końca linii

Analizując procesy przejściowe napięć fazowych widać, że po włączeniu linii w stanie ustalonym wartości amplitud napięć fazowych mają następujące wartości: faza A – 630 kV, faza B – 600 kV, faza C – 590 kV. Po zwarcia wartości amplitud napięć fazowych zmieniły się do wartości: faza A oraz B – 35 kV, a w fazie C napięcie wzrosło do 730 kV, co wynosi około 1,2 napięcia znamionowego.

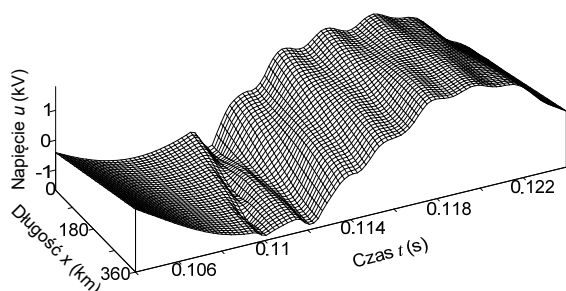
Na rysunku 7 przedstawiono czasowo-przestrzenne przebiegi napięcia fazy B w przedziale czasowym $t \in (0.102; 0.126)$, czyli odzwierciedlają procesy podczas zwarcia występującego w czasie $t = 0.11$ s.



Rys.7. Czasowo-przestrzenny przebieg napięcia fazy B w przedziale czasowym $t \in (0.102; 0.126)$ s

Ponieważ zwarcie wystąpiło na końcu linii elektroenergetycznej, napięcie ma wartość prawie zerową, a następnie stopniowo wzrasta w kierunku początku linii i uzyskuje wartość napięcia zasilania linii.

Na rysunku 8 prąd w fazie C ma oscylacyjny charakter. Kształt przebiegu prądu można uzasadnić na podstawie analizy ruchu fali elektromagnetycznej. Na podstawie czasowo-przestrzennego przebiegu prądu można analizować procesy przejściowe z punktu widzenia pola elektromagnetycznego.



Rys.8. Czasowo-przestrzenny przebieg prądu fazy C w przedziale czasowym $t \in (0.102; 0.126)$ s

Wnioski

Wykorzystanie zmodyfikowanej zasady Hamiltona-Ostrogradskiego do modelowania matematycznego układów dynamicznych, w tym i do układów elektroenergetycznych daje możliwość sformułowania równań scalonego elektroenergetycznego wychodząc wyłącznie z jedyne go energetycznego podejścia, pomijający różnego rodzaju dekompozycje jednego scalonego układu dynamicznego.

Ważnym momentem podczas rozwiązywania zadania brzegowego lub mieszanego jest znalezienie warunków początkowych i brzegowych. Dla poszukiwania tych ostatnich w dynamicznych zadaniach elektrotechniki stosowanej przesłania energii docelowo wykorzystywać warunki brzegowe drugiego rodzaju Neumanna i trzeciego rodzaju Poincaré.

Przebiegi napięcia i prądu w formacie 3D pozwalają na analizę ruchu fali elektromagnetycznej w przestrzeni i czasie oraz umożliwiają prognozy możliwych stanów awaryjnych w systemach elektroenergetycznych.

Autorzy: dr hab. inż. Andriy Chaban, prof. UTH Rad., Uniwersytet Technologiczno – Humanistyczny, Wydział Transportu, Elektrotechniki i Informatyki, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom, Politechnika Lwowska, ul Bandery 12, Lwów, Ukraina, E-mail: atchaban@gmail.com; dr hab. inż. Marek Lis, prof. PCz., Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, 42-201 Częstochowa, al. Armii Krajowej 17, e-mail: marek.lis@pcz.pl; dr inż. Andrzej Szafraniec, prof. UTH Rad., Uniwersytet Technologiczno – Humanistyczny, Wydział Transportu, Elektrotechniki i Informatyki, ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom, E-mail: a.szafraniec@uthrad.pl; dr inż. Vitaliy Levoniuk, Lwowski Narodowy Uniwersytet Rolniczy, ul. W. Wielkiego 1, Dubliany, E-mail: Bacha1991@ukr.net; Prof. dr hab. inż. Vasyl Chaban, Politechnika Lwowska, ul Bandery 12, Lwów, Ukraina, E-mail: vasyl.y.chaban@lpnu.ua.

LITERATURA

- [1] White D.C., Woodson H.H., Electromagnetic Energy Conversion, John Wiley & Sons New York, NY, (1958), 646
- [2] Salvato E., Vanzella W., Fenu G., Pellegrino F.A., Singularity Avoidance for Cart-Mounted Hand-Guided Collaborative Robots: A Variational Approach, *Robotics*, 11 (2022), 79
- [3] Zhang H., Pan C., Wang Y., Xu M., Zhou F., Yang X., Zhu L., Zhao C., Song Y., Chen H., Fault Diagnosis of Coal Mill Based on Kernel Extreme Learning Machine with Variational Model Feature Extraction, *Energies*, 15 (2022), 5385
- [4] Zhao S., Zhou J., Liu Y., Zhang J., Cui J., Application of Adaptive Filtering Based on Variational Mode Decomposition for High-Temperature Electromagnetic Acoustic Transducer Denoising, *Sensors*, 22 (2022), 7042
- [5] Chaban A., Hamilton-Ostrogradski Principle in Electromechanical Systems, *Soroki*, Lviv, Ukraine, (2015), 488
- [6] Mayer, D. Hamilton's principle and electric circuits theory, *Advances in Electrical and Electronic Engineering*, (2006), nr 5, 185 – 189
- [7] Tessarotto M., Cremaschini C., The Principle of Covariance and the Hamiltonian Formulation of General Relativity, *Entropy*, 23 (2021), 215
- [8] Chaban A., Szafraniec A., Levoniuk V. Mathematical modelling of transient processes in power systems considering effect of high-voltage circuit breakers, *Przegląd Elektrotechniczny*, 95 (2019), nr 1, 49-52
- [9] Boumous S., Boumous Z., Anane Z., Nouri H., Comparative study of 220 kV overhead transmission lines models subjected to lightning strike simulation by using electromagnetic and alternative transients program, *Electrical Engineering & Electromechanics*, (2022), nr 4, 68-74
- [10] Lopez-Fernandez X. M., Alvarez-Marino C., Malo-Machado V., Computation Method for Transients in Underground Cables With Lossy Earth Return Path, *IEEE Transactions on Magnetics*, 46 (2010), nr 8, 2911-2914
- [11] Chaban A., Lis M., Szafraniec A., Levoniuk V., Mathematical Modelling of Transient Processes in a Three Phase Electric Power System for a Single Phase Short-Circuit, *Energies*, 15 (2022), 1126