

Wpływ parametrów okna pomiarowego na przenoszenie błędów losowych przez algorytmy dyskretnej transformacji falkowej

Streszczenie. W artykule opisano sposób implementacji dowolnego okna pomiarowego przedstawiając algorytm transformacji falkowej w postaci macierzowej oraz przedstawiono uniwersalną metodę wyznaczenia niepewności wielkości wyjściowych rozważanego toru pomiarowego. Skuteczność opisywanej metody oraz wpływ parametrów okna pomiarowego zostały zweryfikowane na przykładzie istniejącego toru pomiarowego, a uzyskane wyniki zostały porównane z wynikami metody Monte-Carlo. Artykuł stanowi uzupełnienie referatu wygłoszonego na konferencji PPM2022.

Abstract. The article describes the method of implementing any measurement window by presenting the wavelet transformation algorithm in a matrix form, and presents a universal method of determining the uncertainty of the output quantities of the measurement chain under consideration. The effectiveness of the described method and the influence of the measurement window parameters were verified on the existing measurement chain. Obtained results were compared with the results of the Monte-Carlo method. The article complements the paper presented at the PPM2022 conference. **(Influence of the measurement window parameters on the propagation of random errors by the discrete wavelet transformation algorithms)**

Słowa kluczowe: cyfrowe przetwarzanie sygnałów, dyskretna transformacja falkowa, okno pomiarowe, systemy wbudowane

Keywords: digital signal processing, discrete wavelet transform, measurement window, embedded systems

Wstęp

Algorytmy dyskretnej transformacji falkowej („DWT”) stanowią istotny człon torów pomiarowych stosowanych między innymi w celu przetwarzania obrazów, dźwięku oraz analizie drgań [1]. Zastosowanie algorytmów DWT znaleźć można w wielu dziedzinach – od analizy stanów maszyn, po nauki medyczne, a nawet algorytmy kompresji obrazów [2].

We wcześniejszych publikacjach [3] autorzy przedstawili uniwersalną metodę umożliwiającą wyznaczenie niepewności wielkości wyjściowych $X(n)$ dla dowolnego algorytmu DWT, przy założeniu że znane są parametry rozkładu błędów wielkości wejściowych $x(n)$ tego algorytmu. Metoda wymaga przedstawienia algorytmu DWT w postaci iloczynu wektora wielkości wejściowych \mathbf{x} i macierzy transformacji \mathbf{A} algorytmu DWT. Wartości macierzy transformacji są wyznaczone uniwersalnym algorytmem, który nie wymaga znajomości dokładnej postaci algorytmu DWT. Algorytm DWT w postaci macierzowej przedstawia równanie [4]:

$$(1) \quad \begin{bmatrix} X(1) \\ \vdots \\ X(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M,1} & \cdots & a_{M,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(1) \\ \vdots \\ x(N) \end{bmatrix},$$

które można zapisać również jako:

$$(2) \quad \mathbf{X} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}.$$

W zależności od charakteru przetwarzanego sygnału oraz potrzeb wynikających z zastosowania wybranego toru pomiarowego, często zachodzi konieczność stosowania adekwatnego okna czasowego. Wprowadzone okno posiada odpowiednio rozdzielczość i dynamikę, które modyfikują przetwarzany na kolejnych etapach sygnał pomiarowy [5]. Modyfikacje te mają istotny wpływ na przenoszenie przez tor pomiarowy błędów losowych i muszą zostać uwzględnione podczas analizy metrologicznej.

Implementacja okna pomiarowego

Zgodnie z równaniem (1) pojedynczą wielkość wyjściową algorytmu DWT opisać można jako:

$$(3) \quad X(i) = a_{i,1}x(1) + \dots + a_{i,N}x(N),$$

gdzie i jest indeksem wybranej wielkości wyjściowej. Wprowadzając okno pomiarowe $w(n)$ zgodnie z równaniem:

$$(4) \quad x'(n) = w(n)x(n),$$

gdzie n oznacza indeks wielkości wejściowej, otrzymuje się zależność:

$$(5) \quad X'(i) = a_{i,1}w(1)x(1) + \dots + a_{i,N}w(N)x(N).$$

Analizując równanie (5) zauważyć można, że przedstawienie algorytmu DWT w postaci macierzowej wprowadza możliwości modyfikacji współczynników macierzy \mathbf{A} w celu zmiany sposobu wyznaczania wartości wielkości wyjściowych tego algorytmu. Można w ten sposób wprowadzić do algorytmu np. dodatkowy filtr, czy zaimplementować odpowiednie okno pomiarowe. Ze względu na fakt, że operacja mnożenia macierzy jest problemem powszechnym, wydajna implementacja tej operacji jest dostępna w większości mikroprocesorów i w jednostkach DSP. Okno pomiarowe można wprowadzić do toru pomiarowego nie modyfikując przy tym działania algorytmu DWT, natomiast z punktu widzenia realizacji działania takiego algorytmu w mikroprocesorze jest to niekorzystne i wymaga dodatkowych obliczeń, przez co opisywana metoda może oferować rozwiązanie bardziej zbliżone do optymalnego.

Modyfikacja współczynników macierzy transformacji może odbywać się na dwa sposoby: statycznie i dynamicznie. W przypadku statycznym projektant algorytmu jednorazowo oblicza zmodyfikowane wartości współczynników wykorzystywanych do obliczania wartości wielkości wyjściowych. Taka sytuacja ma miejsce np. podczas wprowadzania filtru o zadanej charakterystyce. W przypadku dynamicznym wartości współczynników są obliczane po wstępnej analizie przetwarzanego sygnału, jak to ma miejsce np. podczas stosowania algorytmów redukcji szumu [6] [7].

W celu modyfikacji algorytmu DWT wprowadzającej okno pomiarowe oznaczone jako $w(n)$ należy zmodyfikować współczynniki macierzy \mathbf{A} zgodnie z zależnością wynikającą z równania (5):

$$(6) \quad a'_{i,j} = w(j) \cdot a_{i,j},$$

gdzie $a'_{i,j}$ jest nową wartością współczynnika macierzy transformacji oraz $a_{i,j}$ wartością oryginalną. Funkcja okna $w(n)$ powinna być określona dla wszystkich próbek wejściowych algorytmu DWT.

Podczas badań zastosowano okna pomiarowe: trójkątne (7), Gaussa (8), Hamminga (9), Hanna (10) oraz okno Nuttall (11). Oknem odniesienia było okno prostokątne,

nie modyfikujące w żaden sposób sygnału wejściowego. Wybrane okna są opisane następującymi równaniami:

$$(7) \quad w(n) = 1 - \left| \frac{\frac{n-N}{2}}{\frac{N}{2}} \right|,$$

$$(8) \quad w(n) = \exp \left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\frac{n-N}{2}}{\frac{0.3 \cdot N}{2}} \right)^2 \right),$$

$$(9) \quad w(n) = 0.53836 - 0.46164 \cos \left(\frac{2\pi n}{N} \right),$$

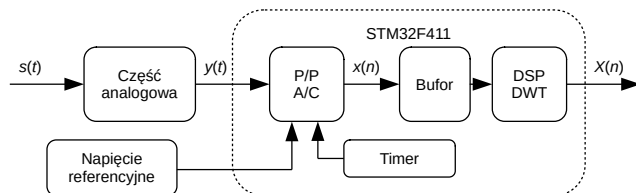
$$(10) \quad w(n) = 0.5 \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \right),$$

$$(11) \quad w(n) = 0.355768 - 0.487396 \cos \left(\frac{2\pi n}{N} \right) + 0.144232 \cos \left(\frac{4\pi n}{N} \right) - 0.012604 \cos \left(\frac{6\pi n}{N} \right).$$

Analizowany tor pomiarowy

Tor pomiarowy będący obiektem badań składał się z części: analogowej, analogowo-cyfrowej oraz części algorytmu DWT. W skład części analogowej wchodziły przewody doprowadzające sygnał do części analogowo-cyfrowej. Część analogowo-cyfrowa składała się z układu próbkująco-pamiętającego oraz przetwornika analogowo-cyfrowego. Ostatni człon toru stanowił algorytm DWT przetwarzający próbki wyjściowe przetwornika A/C.

Zadaniem analizowanego toru pomiarowego było przetwarzanie wielkości wejściowej $s(t)$ na dyskretne wartości $X(n)$. W celu wyznaczenia wyniku, który stanowił wektor 128 próbek wielkości wyjściowych, pobieranych było 128 próbek wielkości wejściowej, przetworzonych na postać dyskretną przez przetwornik A/C. Schemat blokowy zastosowanego toru pomiarowego przedstawia rysunek 1. Wielkość $s(t)$ jest sygnałem napięciowym zmiennym w czasie w zakresie 0 V - 3,3 V, $y(t)$ jest zmodyfikowanym przez właściwości części analogowej sygnałem $s(t)$, natomiast $x(n)$ stanowi dyskretną reprezentację sygnału $y(t)$. Wielkości $X(n)$ stanowią wyjście algorytmu DWT przetwarzającego próbki wejściowe $x(n)$.



Rys. 1. Schemat blokowy analizowanego toru pomiarowego

Do implementacji toru pomiarowego zastosowano mikrokontroler STM32F407 z rodziny ARM. Funkcję przetwarzania analogowo-cyfrowego zrealizowano wykorzystując wbudowany w mikrokontroler przetwornik A/C. Algorytm DWT zaimplementowano wykorzystując bibliotekę CMSIS DSP [8], która programowo implementuje funkcję DSP dla mikrokontrolerów opartych o rdzeń M4.

Algorytm DWT przetwarzał 128 próbek sygnału wejściowego i generował na ich podstawie 128 próbek wyjściowych. Częstotliwość taktowania zegara mikrokontrolera wynosiła 96 MHz, przy czym

zegar 12-bitowego przetwornika A/C taktowany był z częstotliwością 24 MHz. Napięcie referencyjne przetwornika A/C pochodziło z układu LD3985M33R i wynosiło 3,3 V. Częstotliwość próbkowania sygnału wejściowego wynosiła 48 kHz, przez co czas pobierania 128 próbek wejściowych analizowanego sygnału wynosił 2667 μ s. Układ próbkująco-pamiętający uśredniał napięcie wejściowe przez 15 taktów zegara A/C (625 ns), a następnie przetwornik A/C w ciągu kolejnych 15 taktów zegara A/C (625 ns) wykonywał konwersję analogowo-cyfrową. Łączny czas konwersji A/C pojedynczej próbki wynosił 1250 ns. Przetwarzanie A/C wyzwalane było zegarem sprzętowym oraz wykorzystywało transfer DMA, przez co podczas pobierania serii próbek napięcia wejściowego mikrokontroler obliczał wektor wielkości wyjściowych algorytmu DWT dla poprzedniej serii - w ten sposób przetwarzanie odbywało się w trybie ciągłym. Czas wykonywania algorytmu DWT dla pojedynczej serii pomiarowej wynosił 1508 μ s.

Na podstawie przedstawionych zależności zauważyć można, że dla analizowanego toru pomiarowego istnieje możliwość zwiększenia częstotliwości próbkowania oraz czasu uśredniania kwantowanego napięcia. Aby zachować założenie ciągłości przetwarzania danych należy zapewnić, by czas pobierania próbek wejściowych algorytmu DWT był większy, niż czas wyznaczania wielkości wyjściowych tego algorytmu. W przypadku zwiększania czasu uśredniania w układzie PP należy zachować założenie, że czas pojedynczej konwersji wraz z próbkowaniem nie może być większy, niż jeden okres sygnału wzbudzającego konwersję A/C.

Właściwości metrologiczne analizowanego toru pomiarowego

Analizowany tor pomiarowy przenosi z wejścia na wyjście wariancję błędów wielkości $x(n)$ zgodnie z zależnością [3]:

$$(12) \quad \sigma_i^2 = \sigma_x^2 \sum_{j=1}^N a_{i,j}^2,$$

gdzie σ_i^2 jest wariancją i -tej wielkości wyjściowej, a σ_x^2 wariancją wielkości wejściowej $x(n)$. Zgodnie z przedstawioną zależnością oraz założeniem, że algorytm przetwarza co najmniej kilka próbek wielkości wejściowej [9], wyznaczyć można, zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym, niepewność wielkości wyjściowej analizowanego toru pomiarowego w postaci:

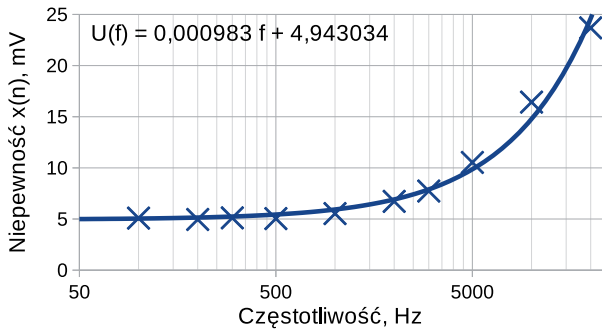
$$(13) \quad U(X_i) = c_n \sigma_i = c_n \sigma_x A_i,$$

gdzie c_n jest współczynnikiem rozszerzenia dla rozkładu normalnego oraz:

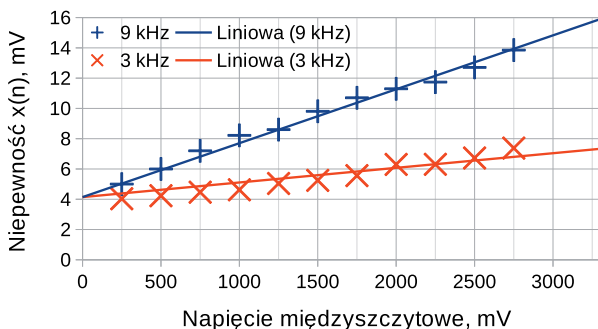
$$(14) \quad A_i = \sqrt{\sum_{j=1}^N a_{i,j}^2}.$$

Analizując powyższe zależności zauważyć można, że do wyznaczenia niepewności wielkości wyjściowych analizowanego toru pomiarowego konieczna jest znajomość wariancji błędów wielkości $x(n)$ oraz wartości współczynników macierzy \mathbf{A} . W dalszej części artykułu do szacowania niepewności przyjęty zostanie poziom ufności $\alpha = 95\%$ oraz odpowiadająca mu wartość współczynnika rozszerzenia dla rozkładu normalnego $c_n = 1,96$ [9].

Właściwości metrologiczne części analogowo-cyfrowej analizowanego toru pomiarowego wyznaczono podając na wejście toru pomiarowego z generatora RIGOL DG1011 napięcie sinusoidalnie zmienne o zadanej wartości międzyszczytowej i częstotliwości. Składowa stała generowanego napięcia wynosiła każdorazowo 1,625 V, wartość międzyszczytową wybierano z zakresu 250 mV - 2,75 V, a częstotliwość zmieniano w zakresie 100 Hz - 20 kHz. Zależność niepewności wielkości $x(n)$ w funkcji częstotliwości sygnału wejściowego dla wartości międzyszczytowej 2,75 V przedstawia rysunek 2. Zależność niepewności wielkości $x(n)$ w funkcji wartości napięcia międzyszczytowego dla wybranych częstotliwości sygnału wejściowego przedstawia rysunek 3.



Rys. 2. Właściwości części analogowo-cyfrowej w funkcji częstotliwości sygnału wejściowego



Rys. 3. Właściwości części analogowo-cyfrowej w funkcji wartości międzyszczytowego napięcia sygnału wejściowego

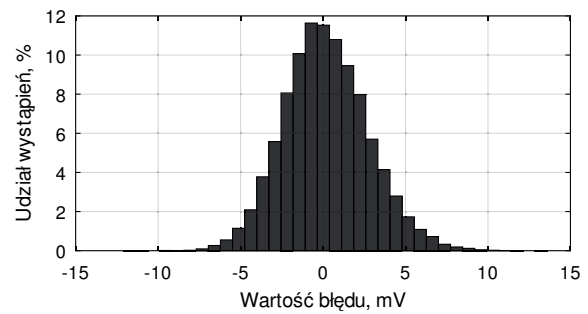
Analiza histogramów błędów wielkości $x(n)$ dla przeprowadzonych eksperymentów wykazała, że dla poziomu ufności 95% współczynnik rozszerzenia c_x mieścił się w przedziale $1,92 < c_x < 2,03$. W związku z tym z zadowalającym przybliżeniem uznać można, że rozkłady błędów wielkości $x(n)$ są zbliżone kształtem do rozkładu normalnego. Przykładowy histogram błędów wielkości $x(n)$ przedstawiono na rysunku 4.

Analizując przedstawione właściwości można wyznaczyć zależność opisującą niepewność wielkości $x(n)$ wyrażoną w miliwoltach w funkcji częstotliwości i wartości międzyszczytowego napięcia wejściowego $s(t)$ w postaci:

$$(15) \quad U_x(f, v_{pp}) = 3,57 \cdot 10^{-7} f \cdot v_{pp} + 4,94,$$

gdzie f jest częstotliwością sygnału sinusoidalnego wyrażoną w hercach, a v_{pp} wartością międzyszczytową tego sygnału wyrażoną w miliwoltach.

Parametry rozkładu błędów wielkości $x(n)$ dla przykładowego toru pomiarowego zostały pozyskane na drodze eksperymentu i nie wymagały dokładnej znajomości

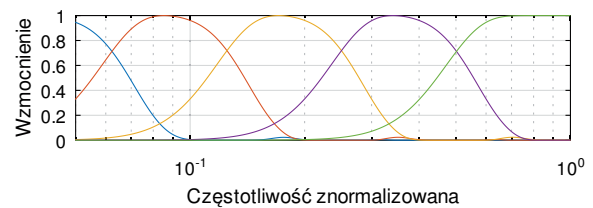


Rys. 4. Rozkład błędów wielkości $x(n)$ dla napięcia międzyszczytowego $v_{pp} = 2,75$ V i częstotliwości $f = 3$ kHz, parametry rozkładu: $\sigma = 2,57$ mV, $c = 2,00$ oraz $U = 5,13$ mV

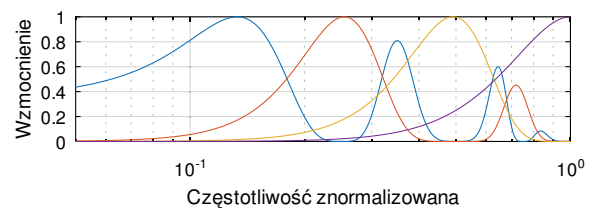
modelu oraz parametrów każdej z części analizowanego toru pomiarowego. Stworzenie i analiza modelu toru pomiarowego są często skomplikowane i wymagają znacznie więcej pracy, niż wykonanie odpowiedniego eksperymentu, przez co z punktu widzenia projektanta toru pomiarowego są one mniej korzystne.

Właściwości zastosowanych algorytmów DWT

Analizowany tor pomiarowy posiada zaimplementowane dwie wersje algorytmu DWT. Wersja pierwsza wykorzystuje falek "db8" [10] realizując 4-stopniowy proces dekompozycji. Wersja druga natomiast wykorzystuje 3-stopniowy proces dekompozycji oparty o falek "spline4:4" [11]. Parametry banków filtrów dla zastosowanych falek przedstawiają rysunki 5 oraz 6.



Rys. 5. Charakterystyka banku filtrów falki "db8" dla 5 poziomów dekompozycji



Rys. 6. charakterystyka falki "spline4:4" dla 3 poziomów dekompozycji

Ze względu na fakt, że zastosowany mikrokontroler posiada 128 kB pamięci RAM, a rozmiar macierzy transformacji A o wymiarach 128×128 dla 32-bitowego typu "float" wynosi 64 kB, macierz tę umieszczono w pamięci programu (ROM). Zabieg ten umożliwia wykorzystanie znacznie bardziej pojemnej pamięci programu, kosztem bardziej skomplikowanej procedury dynamicznej modyfikacji wartości współczynników macierzy.

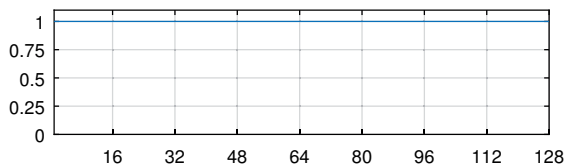
Wpływ okna pomiarowego na przenoszenie błędów wielkości wejściowych

Aby zobrazować wpływ okna pomiarowego na niepewność wielkości wyjściowych $U(X_i)$ analizowanego toru pomiarowego, wprowadzona zostanie wielkość ilustrująca stosunek niepewności wielkości wejściowych $x(n)$ do niepewności wielkości wyjściowych X_i opisana

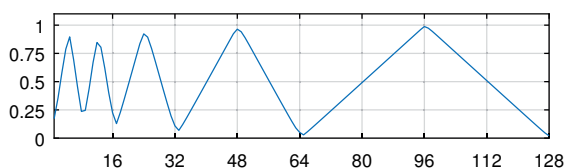
równaniem:

$$(16) \quad k_i = \frac{U(X_i)}{U(x)} = \frac{c_n A_i \sigma_x}{c_x \sigma_x},$$

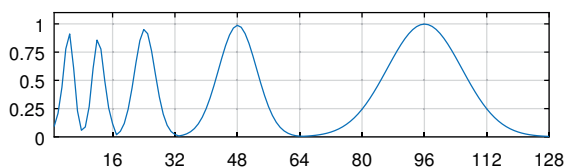
gdzie c_x jest współczynnikiem rozszerzenia rozkładu błędu wielkości $x(n)$ dla poziomu ufności 95%. Na wykresach poniżej przedstawiono zależność współczynnika k_i dla kolejnych wielkości wyjściowych toru pomiarowego w zależności od zastosowanego okna pomiarowego oraz parametrów algorytmu DWT.



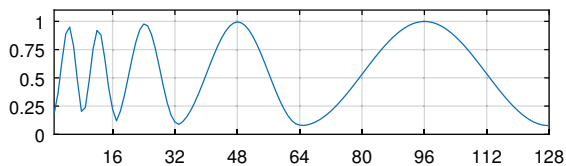
Rys. 7. Wartość parametru k_i , falka "db8", okno Prostokątne



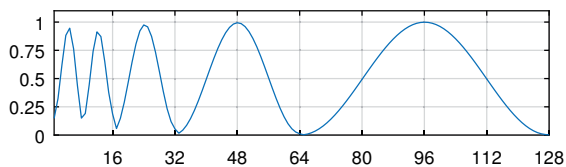
Rys. 8. Wartość parametru k_i , falka "db8", okno Trójkątne



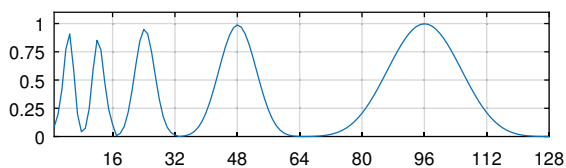
Rys. 9. Wartość parametru k_i , falka "db8", okno Gaussa



Rys. 10. Wartość parametru k_i , falka "db8", okno Hamminga

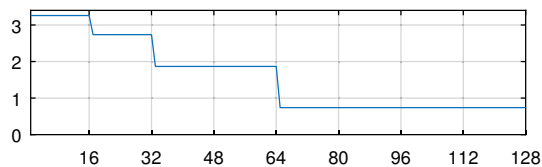


Rys. 11. Wartość parametru k_i , falka "db8", okno Hanna

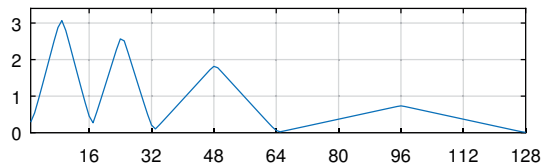


Rys. 12. Wartość parametru k_i , falka "db8", okno Nuttall

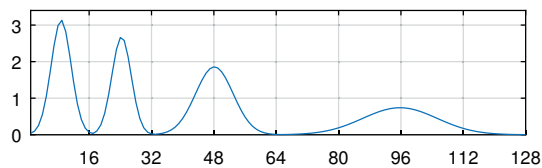
Na podstawie przedstawionych zależności zauważyć można, że okno pomiarowe ma znaczący wpływ na stosunek niepewności wielkości wejściowej algorytmu DWT do



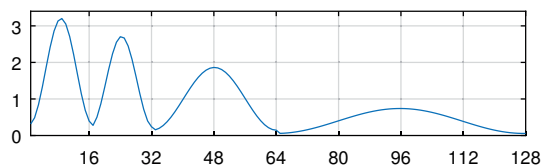
Rys. 13. Wartość parametru k_i , falka "spline4:4", okno Prostokątne



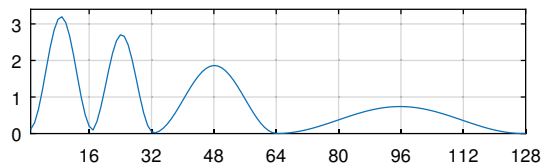
Rys. 14. Wartość parametru k_i , falka "spline4:4", okno Trójkątne



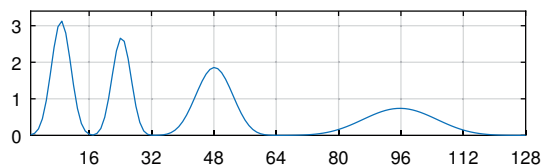
Rys. 15. Wartość parametru k_i , falka "spline4:4", okno Gaussa



Rys. 16. Wartość parametru k_i , falka "spline4:4", okno Hamminga



Rys. 17. Wartość parametru k_i , falka "spline4:4", okno Hanna



Rys. 18. Wartość parametru k_i , falka "spline4:4", okno Nuttall

niepewności na wyjściu tego algorytmu. Zależność ta wynika z faktu modyfikacji charakterystyki filtrów dla kolejnych wielkości wyjściowych algorytmu DWT. Wprowadzenie okna pomiarowego jest w zasadzie wprowadzeniem kaskadowo do banku filtrów kolejnego filtru. W zależności od kształtu funkcji okna zmienia się charakterystyka wprowadzonego filtru. Zarazem algorytm DWT dla pojedynczej wielkości wyjściowej, jak i wprowadzone okno pomiarowe modelować można jako szeregowe połączenie filtrów o skończonej odpowiedzi impulsowej.

Eksperymentalna weryfikacja przedstawionych zależności

W celu weryfikacji opisywanych zależności na wejście analizowanego toru pomiarowego podawano z generatora

RIGOL DG1011 sygnał będący szumem białym o zadanym odchyleniu standardowym $\sigma_s = 18,5$ mV, gdzie przy poziomie ufności 95% $c_s = 1,96$ oraz $U_s = 33,32$ mV. Na podstawie zadanego sygnału wejściowego wyjście toru pomiarowego porównywano z wartością oczekiwaną. Eksperyment powtarzano 30000 razy dla losowo wygenerowanych wartości wielkości wejściowych.

Zidentyfikowane szумы własne dla części analogowo-cyfrowej odczytano z wykresu na rysunku 2 i przyjęto $\sigma_w = 2,52$ mV, $c_w = 1,96$ oraz $U_w = 4,94$ mV. Po złożeniu rozkładu błędów własnych oraz generowanego szumu uzyskano przy pomocy metody Monte-Carlo niepewność $U_x = 36,9$ mV. Zgodnie z przedstawioną metodą niepewność i -tej wielkości wyjściowej toru pomiarowego opisać można zależnością:

$$(17) \quad U(X_i) = k_i U(x).$$

Poniżej w tabelach zestawiono wyniki eksperymentu oraz wartości wyznaczone na podstawie równania (17).

Tabela 1. Zestawienie wyników, falka "db8", $i = 50$

Okno	U_{obl} [mV]	U_{zm} [mV]
Prostokątne	36,60	36,75
Trójkątne	32,52	32,91
Gausa	33,47	33,99
Hamminga	35,25	35,57
Hanna	35,13	35,49
Nuttall	33,32	33,84

Tabela 2. Zestawienie wyników, falka "db8", $i = 80$

Okno	U_{obl} [mV]	U_{zm} [mV]
Prostokątne	36,60	36,95
Trójkątne	17,98	18,09
Gausa	8,94	8,97
Hamminga	19,45	19,55
Hanna	18,03	18,14
Nuttall	7,56	7,59

Tabela 3. Zestawienie wyników, falka "spline4:4", $i = 20$

Okno	U_{obl} [mV]	U_{zm} [mV]
Prostokątne	100,13	100,18
Trójkątne	45,77	46,30
Gausa	21,57	21,61
Hamminga	48,52	48,95
Hanna	44,38	44,74
Nuttall	18,13	18,15

Tabela 4. Zestawienie wyników, falka "spline4:4", $i = 100$

Okno	U_{obl} [mV]	U_{zm} [mV]
Prostokątne	27,07	27,06
Trójkątne	32,69	23,61
Gausa	24,49	24,41
Hamminga	25,97	25,89
Hanna	25,88	25,80
Nuttall	24,37	24,29

Na podstawie zestawionych wyników zauważyć można, że wyniki eksperymentu są zbieżne z wynikami obliczeń. Można zatem stwierdzić, że prezentowana metoda jest poprawna.

Wnioski

Przedstawienie algorytmu DWT w postaci macierzowej umożliwia jego łatwą i wydajną implementację dla popularnych na rynku mikrokontrolerów. Implementacja ta wykorzystuje zwykle jednostkę DSP lub specyficzne dla architektury mikrokontrolera rozkazy umożliwiające wydajne operacje na wektorach i macierzach (np. CMSIS DSP w przypadku platformy ARM Cortex M4). Istotnym faktem jest również możliwość modyfikacji wartości macierzy transformacji algorytmu. Modyfikacje te wprowadzając można np. w celu wzmocnienia sygnału, wstępnej filtracji sygnału, czy chociażby zastosowania okna pomiarowego o zadanych parametrach. Modyfikacja współczynników macierzy transformacji zastępuje wtedy dodatkową operację mnożenia i zwiększa szybkość wykonywania algorytmu.

Wraz ze zmianą wartości współczynników macierzy transformacji zmienia się stosunek niepewności wielkości wejściowych oraz wielkości wyjściowych całego toru pomiarowego. Omawiane zjawisko wynika ze zmiany parametrów banku filtrów algorytmu DWT. W przypadku prezentowanej metody zmiana parametrów algorytmu DWT wymaga jedynie ponownej identyfikacji macierzy współczynników i wyznaczenia nowych wartości zmodyfikowanych współczynników w celu implementacji okna pomiarowego.

Podczas analizy toru pomiarowego należy również zwrócić uwagę, w jaki sposób algorytm DWT przetwarza użyteczną część sygnału oraz jaki wpływ ma zastosowane okno pomiarowe na ten proces. Stosowanie okna pomiarowego ma istotny wpływ na widmo przetwarzanego sygnału, a przez to wpływa również na uzyskiwany sygnał wyjściowy algorytmu DWT.

Autorzy: dr hab. inż. Jerzy Roj prof. PS, mgr inż. Łukasz Drózdź, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki, Wydział Elektryczny, Politechnika Śląska, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, email: jerzy.roj@polsl.pl, lukasz.drozd@polsl.pl

LITERATURA

- [1] Addison P. S.: The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance, CRC press, 2017.
- [2] Akujuobi C. M.: Wavelets and Wavelet Transform Systems and Their Applications: A Digital Signal Processing Approach, Springer, 2022.
- [3] Roj J., Drózdź Ł.: Propagation of Random Errors by the Discrete Wavelet Transform Algorithm, Electronics, 10(7), 2021.
- [4] Jakubiec J.: The error based model of a single measurement result in uncertainty calculation of the mean value of series, Problems and progress in metrology, 20, s. 75–78, 2015.
- [5] Oppenheim A. V., Schaffer R. W.: Discrete-Time Signal Processing, 3rd Edition, Pearson, 2010.
- [6] Roj J., Drózdź Ł.: Wpływ parametrów banku filtrów na skuteczność redukcji szumu w sygnale pomiarowym przy zastosowaniu algorytmu dyskretnej transformacji falkowej, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, 66, s. 11-14, 2019.
- [7] Vimala C., Priya P. A.: Noise reduction based on Double Density Discrete Wavelet Transform, In Proceedings of the International Conference on Smart Structures and Systems s. 15–18, 2014.
- [8] Reay D. S.: Digital Signal Processing Using the ARM Cortex M4, John Wiley & Sons, 2015.
- [9] Evaluation of Measurement Data—Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, JCGM, 2008.
- [10] Vonesch C., Blu T., Unser M.: Generalized Daubechies wavelet families, IEEE Transactions on Signal Processing, 55, s. 4415–4429, 2007.
- [11] Wang J.: On Spline Wavelets, Sam Houston State University: Huntsville, 2006.