

Pomiar rezystancji zastępczej i pojemności zastępczej przewodów wielożyłowych

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę badań rezystancji zastępczej i pojemności zastępczej przewodów wielożyłowych wykorzystywanych w przemysłowych i seryjnych badaniach laboratoryjnych parametrów magnetycznych rdzeni ferromagnetycznych. Metoda ma zastosowanie dla przypadków, gdy wartość jednego z mierzonych parametrów przekracza zakres pomiarowy dostępnego przyrządu pomiarowego.

Abstract. The article presents a method of testing the equivalent resistance and the equivalent capacitance of multifilar windings used in industrial and serial laboratory tests of magnetic parameters of ferromagnetic cores. The method is applicable when the value of one of the measured parameters exceeds the measuring range of the available measuring instrument. (**Measurement of the equivalent resistance and capacitance of multifilar windings**).

Słowa kluczowe: przewód wielożyłowy, rezystancja zastępcza, pojemność zastępcza, pomiar pośredni.

Keywords: multifilar winding, equivalent resistance, equivalent capacitance, indirect measurement.

Wstęp

W przemysłowych i seryjnych badaniach laboratoryjnych parametrów magnetycznych rdzeni ferromagnetycznych stosuje się uzwojenia, których zwoje ułożone są w bliskiej odległości [1]. Tego typu przewody (multifilarne, PM) mają pojemność własną, która może wpływać na wyniki pomiarów badanych rdzeni wykonanych przy wykorzystaniu tych przewodów. Należy podkreślić, że różnice w wartościach mierzonych parametrów rdzeni, spowodowane pojemnościami własnymi uzwojeń, mogą sięgać nawet kilkudziesięciu procent.

Dużą pojemność własną mają również przewody multifilarne stosowane w indukcyjnych dzielnikach napięć wysokiej dokładności. Pojemność międzyzwojowa w takich przewodach może wpływać na nierównomierną gęstość prądu wzdłuż takiego uzwojenia. Błędy spowodowane spadkami napięć na tych pojemnościach są korygowane przez bocznikowanie poszczególnych sekcji uzwojeń starannie dobranymi kondensatorami wyrównującymi [2].

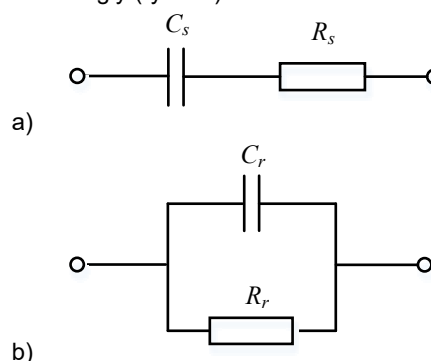
Obecnie urządzenia pomiarowe działają w zakresie coraz wyższych częstotliwości jest to podyktowane potrzebą coraz szybszej wymiany informacji (częstotliwość pracy jest proporcjonalna do prędkości fali elektromagnetycznej). Wpływ pojemności uzwojeń jest większy przy wzroście częstotliwości pracy, niemniej jednak często jest pomijany bądź zaniedbywany w modelu matematycznym przewodów wielożyłowych.

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie metody badań rezystancji zastępczej i pojemności zastępczej przewodów wielożyłowych dla przypadków, gdy wartość jednego z mierzonych parametrów przekracza zakres pomiarowy dostępnego przyrządu pomiarowego. Wyniki analizy teoretycznej zostały uwiarygodnione przez porównanie wyników pomiarów wybranych PM, w odpowiednio zaprojektowanym eksperymencie. Na podstawie analizy wyników badań wskazano warunki wykonania pomiarów, które determinują dokładność wyników badań parametrów PM.

1. Zależności parametrów w schemacie zastępczym przewodu wielożyłowego

Obiektem badań jest przewód multifilarny, którego zwoje ułożone są w bliskiej odległości od siebie. Taki przewód wykorzystuje się między innymi w badaniach seryjnych parametrów magnetycznych rdzeni. Przewód multifilarny o znaczącej pojemności własnej można przedstawić jako

kondensator o dużej stratności, wykorzystując schemat zastępczy kondensatora rzeczywistego szeregowy (rys. 1a) lub równoległy (rys. 1b).



Rys.1. Schematy zastępcze kondensatorów: a) szeregowy, b) równoległy

Schematy zastępcze przedstawione na rys. 1a, b są wzajemnie tożsame, jeśli zachodzi warunek równości impedancji między końcówkami układu szeregowego i równoległego:

$$(1) \quad \frac{1}{j\omega C_s} + R_s = \frac{R_r}{1 + j\omega R_r C_r} = \frac{R_r (1 - j\omega R_r C_r)}{1 + j\omega R_r^2 C_r^2}$$

Równanie (1) jest spełnione, jeżeli części urojone obu stron równania, a także części rzeczywiste są równe. Stąd wyprowadza się następujące zależności:

$$(2) \quad C_s = f_1(\omega, C_r, R_r); \quad R_s = f_2(\omega, C_r, R_r), \\ C_r = g_1(\omega, C_s, R_s); \quad R_r = g_2(\omega, C_s, R_s).$$

Po uporządkowaniu równania można je zapisać w postaciach:

$$(3) \quad C_s = \frac{1 + (\omega R_r C_r)^2}{(\omega R_r C_r)^2} C_r,$$

$$(4) \quad R_s = \frac{R_r}{1 + (\omega R_r C_r)^2},$$

$$(5) \quad C_r = \frac{C_s}{1 + (\omega R_s C_s)^2},$$

$$(6) \quad R_r = R_s \left(1 + \frac{I}{(\omega R_s C_s)^2} \right).$$

Do dalszej analizy dogodna jest forma zapisu tych równań przy użyciu składowych ortogonalnych immitancji, wyrażonych w tej samej jednostce, czyli susceptancji ($B=j\omega C$) i konduktancji ($G=1/R$):

$$(3a) \quad B_s = \frac{1 + \left(\frac{B_r}{G_r} \right)^2}{\left(\frac{B_r}{G_r} \right)^2} B_r,$$

$$(4a) \quad G_s = G_r \left(1 + \left(\frac{B_r}{G_r} \right)^2 \right),$$

$$(5a) \quad B_r = \frac{B_s}{1 + \left(\frac{B_s}{G_s} \right)^2},$$

$$(6a) \quad G_r = \frac{G_s}{1 + \left(\frac{G_s}{B_s} \right)^2}.$$

gdzie: B_s, G_s – parametry szeregowego schematu zastępczego (rys. 1a), B_r, G_r – parametry równoległego schematu zastępczego (rys. 1b).

Przedstawiona w dalszej części artykułu analiza dotyczy modelu obiektu PM wyrażonego przez parametry schematu równoległego (B_{or}, G_{or}), który jest przedstawiony na rys. 2a.

Bezpośredni pomiar parametrów równoległych obiektu PM, czyli susceptancji i konduktancji przewodów wielożyłowych nie zawsze jest możliwy, ponieważ często wartość jednego z mierzonych parametrów przekracza zakres pomiarowy dostępnego przyrządu pomiarowego. W takim przypadku można wykorzystać metodę pośrednią, opisaną w punkcie 2, która wymaga dołączenia szeregowo do badanego przewodu dodatkowego rezystora R_d .

2. Koncepcja pomiaru pośredniego susceptancji (pojemności) i konduktancji zastępczej

Pomiary składowych immitancji przewodu wielożyłowego należy wykonać przyrządem fazoczułym, który mierzy równocześnie obie składowe ortogonalne i wskazuje bezpośrednio ich wartości. Zwłaszcza przy częstotliwości prądu pomiarowego przyrządu większej niż około 1 kHz obie składowe immitancji mogą różnić się o kilka rzędów. Wtedy przy prawidłowo dobranym zakresie pomiarowym jednej składowej druga może przekraczać dostępny dla niej zakres pomiarowy, ponieważ zakresy pomiarowe obu składowych są wzajemnie zależne.

Do pomiarów składowych immitancji PM zastosowano mostek transformatorowy Tesla BM-484, o rozdzielczości pomiaru każdej składowej około $1 \cdot 10^{-6}$. Mierzy on bezpośrednio parametry równoległe immitancji obiektu dołączonego do wejścia. Żadna z dostępnych kombinacji zakresów pomiarowych nie pozwalała na precyzyjne

zrównoważenie mostka dla obu składowych immitancji PM, ponieważ jedna ze składowych przekraczała górną granicę zakresu. Celem pomiaru są parametry B_{or} i G_{or} przewodu multifilarnego (rys. 2a). Dla takich przypadków zaproponowano wykonanie pomiaru pośredniego tych parametrów, według przedstawionej dalej procedury.

Procedura polega na dołączeniu szeregowo do obiektu PM rezystora dodatkowego o znanej wartości konduktancji G_d , która umożliwia zrównoważenie mostka (rys. 2b).

Przyjmuje się następujące oznaczenia:

PM – uzwojenie wielożyłowe, będące obiektem pomiaru mostkiem BM-484,

B_{or} – wartość susceptancji obiektu PM (rys. 2a),

G_{or} – wartość konduktancji obiektu PM (rys. 2a),

PM+ R_d – uzwojenie PM z dołączonym szeregowo rezystorem R_d , będące obiektem pomiaru pośredniego,

G_d – konduktancja rezystora dodatkowego, dołączonego szeregowo do obiektu PM w czasie pomiaru mostkiem BM-484 (rys. 2b),

B_{wr} – wartość susceptancji równoległej obiektu PM+ R_d (rys. 2c), mierzona mostkiem BM-484

G_{wr} – wartość konduktancji równoległej obiektu PM+ R_d (rys. 2c), mierzona mostkiem BM-484.

W analizie wyprowadzono równania $B_{wr}=g_1(\omega, B_{or}, G_{or}, G_d)$ i $G_{wr}=g_2(\omega, B_{or}, G_{or}, G_d)$ oraz ich rozwiązanie, dla poszukiwanych parametrów równoległych C_{or}, G_{or} badanego obiektu przewodu wielożyłowego PM.

Schemat zastępczy obiektu PM+ R_d można przedstawić za pomocą połączenia równoległego konduktancji G_{wr} i susceptancji B_{wr} (rys. 2c). Parametry schematu zastępczego muszą spełniać równanie (1), dlatego prawdziwa jest zależność:

$$(7) \quad G_{wr} + jB_{wr} = \frac{G_d(G_{or} + jB_{or})}{G_d + G_{or} + jB_{or}}.$$

W celu poprawy czytelności analizy wprowadza się oznaczenia tymczasowe: $G_{wr}=a, B_{wr}=b, G_d=c, G_{or}=x, B_{or}=y$.

$$(7a) \quad a + jb = \frac{c(x + jy)}{c + x + jy}$$

$$ac + ax + jay + jbc + jbx - by = cx + jcy.$$

Z równości części rzeczywistych i urojonych wynika układ równań:

$$(8) \quad ac + ax - by = cx,$$

$$(9) \quad ay + bc + bx = cy.$$

Układ równań (8), (9) rozwiązano ze względu na szukane parametry $x=G_{or}$, oraz $y=B_{or}$. Z równania (8) otrzymuje się:

$$(8a) \quad x = \frac{ac - by}{c - a},$$

Podstawiając x otrzymany z równania (8a) do równania (9) otrzymuje się po przekształceniach:

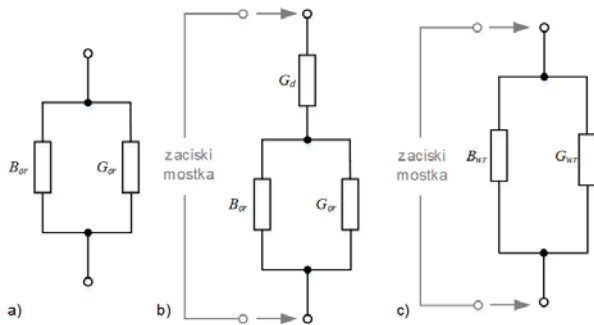
$$(9a) \quad y = \frac{bc^2}{(c - a)^2 + b^2},$$

Rozwiązując układ równań (8a, 9a) oraz usuwając oznaczenia tymczasowe otrzymuje się zależności pozwalające obliczyć parametry równoległe obiektu PM na podstawie wyników uzyskanych z pomiaru obiektu PM+ R_d . Układ równań (8) i (9) ma jedno dokładne rozwiązanie, określone równaniami (10) i (11).

$$(10) \quad G_{or} = \frac{G_d(G_{wr}(G_d - G_{wr}) - B_{wr}^2)}{(G_d - G_{wr})^2 + B_{wr}^2},$$

$$(11) \quad B_{or} = \frac{G_d^2 B_{wr}}{(G_d - G_{wr})^2 + B_{wr}^2},$$

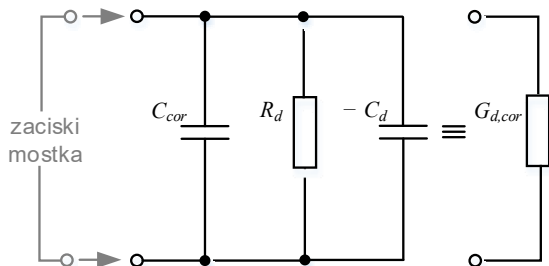
Parametry (B_{wr} , G_{wr}) obiektu $PM+R_d$ zmierzone bezpośrednio mostkiem BM-484 są wykorzystane do obliczenia z równań (10) i (11) parametrów równoległych (B_{or} , G_{or}) badanego przewodu PM.



Rys.2. Schematy zastępcze: a) obiektu pomiaru PM, b) obiektu PM z dołączonym szeregowo rezystorem R_d , c) równoważny dwójnik obiektu $PM+R_d$

3. Pomiar parametrów równoległych przewodu wielożyłowego

Pomiar pośredni rezystancji zastępczej i pojemności zastępczej przewodów wielożyłowych realizowany jest w dwóch etapach. W pierwszym etapie należy dobrać eksperymentalnie rezystor dodatkowy o rezystancji R_d , która po połączeniu w szereg z obiektem PM umożliwi wykonanie pomiaru obu składowych obiektu $PM+R_d$ i pełne zrównoważenie mostka na dostępnym zakresie (rys. 2b). W praktyce, każdy rezystor ma parametry resztkowe, których wpływ na dokładność metody może być destrukcyjny. Precyzyjne rezystory drutowe wykorzystane w pomiarach mają dominujące parametry szeregowo (R_d , L_d ($-C_d$), czyli stałe czasowe takich rezystorów są dodatnie. Wpływ parametrów resztkowych na impedancję takiego rezystora dodatkowego może być usunięty przez dołączenie równoległe do rezystora pojemności kompensującej $C_{cor}=C_d$, dobranej eksperymentalnie. Uproszczony schemat układu pomiarowego do doboru pojemności korekcyjnej przedstawiono na rys. 3. Przy prawidłowo dobranej wartości C_{cor} mostek wskazuje konduktancję $G_{d,cor}$ i pojemność $C_d=0$, nastawione z rozdzielczością 6 miejsc znaczących. Błąd kątowy rezystora zostaje w ten sposób skorygowany a korekta jest niezależna od częstotliwości. Tak skorygowany rezystor, o znanej z pomiaru wartości $G_{d,cor}$, jest dalej użyty w procedurze pomiarowej.



Rys.3. Schemat zastępczy układu pomiarowego do kompensacji indukcyjności własnej rezystora R_d

W tabeli 1 przedstawiono wyniki pomiarów wybranych rezystorów dekady D05 mostkiem BM484, wykorzystanych jako R_d . Dołączenie dowolnego z nich umożliwia pełne zrównoważenie mostka z rozdzielczością 6 miejsc znaczących.

Tabela 1. Kompensacja błędu kątowego wybranych rezystorów dekady. Pomiar wykonano przy częstotliwości 1591,55 Hz

Wartość znamionowa R_d , Ω	C_d , μF	G_d , mS	C_{cor} , nF	$G_{d,cor}$, mS
1x10	-0,0321	98,427	331	98,452
2x10	-0,0101	49,646	95	49,653
3x10	-0,0045	33,186	45	33,184

W drugim etapie procedury rezystor o skompensowanych parametrach resztkowych dołącza się szeregowo do obiektu pomiaru PM otrzymując obiekt $PM+R_d$ i na jego zaciskach mierzy się konduktancję G_{wr} oraz pojemność C_{wr} . Następnie oblicza się z równań (10) i (11) rzeczywistą konduktancję G_{or} oraz susceptancję B_{or} obiektu pomiaru PM.

Na potrzeby eksperymentu przygotowano 4 przewody wielożyłowe zakładane na ferromagnetyczne rdzenie toroidalne w seryjnych badaniach ich parametrów magnetycznych [3]. W konstrukcji przewodów uwzględniono konieczność szybkiego i prostego zakładania uzwojenia na badany rdzeń oraz zdejmowania go, co wpływa na wydajność procesu selekcji rdzeni przy badaniach seryjnych. Zastosowano złącza typu D-Sub-15 pinów lub 25 pinów. Długość przewodu została dobrana w taki sposób, aby umożliwić zwiększenie liczby zwojów uzwojenia przez kilkakrotne nawinięcie PM na rdzeń, w celu wymuszenia większego natężenia pola magnetycznego w trakcie badań.

Przewody posiadające po 15 żył oznaczono symbolami PM1, PM2, PM3, natomiast przewód posiadający 25 żył symbolem PM4. W celu sprawdzenia realizowalności przedstawionej metody pomiaru rezystor zaplanowano i wykonano szereg pomiarów tych samych przewodów wielożyłowych. Pomiar ukierunkowano na potwierdzenie spełnienia przez metody założeń przyjętych w analizie. Zmierzono składowe admitancji zastępczej każdego badanego przewodu PM dla różnych wartości dołączanej rezystancji R_d . Wybrane wyniki pomiarów i obliczeń przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wyniki pomiarów składowych admitancji B_{wr} i G_{wr} przewodów $PM+R_d$ oraz obliczeń, według (10) i (11), składowych admitancji przewodów PM dla różnych wartości rezystora dodatkowego R_d , dla częstotliwości $f=1591,55$ Hz

Badany PM	R_d , Ω	G_{wr} , mS	B_{wr} , S	R_{or} , Ω	C_{or} , μF
PM1	10	0,0760	-0,0274	13,407	-21,171
	20	0,0446	-0,0087	13,712	-21,168
	30	0,0311	-0,0042	13,786	-21,190
PM2	10	0,0807	-0,0137	4,097	-26,324
	20	0,0450	-0,0042	4,096	-26,252
	30	0,0311	-0,0020	4,099	-26,375
PM3	10	0,0799	-0,0138	4,211	-25,027
	20	0,0448	-0,0042	4,210	-25,005
	30	0,0310	-0,0020	4,213	-25,019
PM4	10	0,0314	-0,0177	27,212	-3,570
	20	0,0249	-0,0104	28,537	-3,557
	30	0,0205	-0,0066	28,526	-3,558

Analizując dane zawarte w tabeli 2 można wyciągnąć następujące wnioski:

1) Wpływ wartości rezystancji dodatkowej R_d na odzyskane wartości mierzonych parametrów R_{or} i C_{or} dla każdego badanego przewodu, jest znikomy. Uzyskane wyniki pomiarów przy każdej wartości zastosowanej rezystancji R_d różnią się w granicach do kilku procent. Przy wyprowadzaniu równań (10) i (11) przyjęto założenie, że

dołączany jest rezystor skompensowany o stałej wartości rezystancji. Wyniki pomiarów, dla różnych wartości rezystancji dodatkowych nie różnią się istotnie, co potwierdza ich niezależność od zastosowanego w układzie rezystora dodatkowego.

2) Dla nominalnie jednakowych przewodów PM1, PM2 i PM3 zaobserwowane wartości parametrów równoległych różnią się w sposób znaczący. Wyniki pomiarów są zgodne z intuicyjnym przewidywaniem, a różnice mierzonych parametrów wahają się w granicach od kilkudziesięciu do nawet kilkuset procent.

4. Podsumowanie

Przedstawiono opracowaną metodę eksperymentalnego wyznaczania składowych impedancji zastępczej przewodów wielożyłowych wykorzystywanych do seryjnego badania charakterystyk rdzeni ferromagnetycznych. Procedura pomiaru wymaga dodatkowego rezystora, który dołącza się szeregowo do badanego obiektu. Wykonano badania eksperymentalne potwierdzające realizowalność metody. Uzyskane wyniki pomiarów pośrednich składowych admitancji wybranych przewodów z dołączonymi rezystorami R_d o różnych wartościach zestawiono w tabeli 2. Zmierzone wartości parametrów równoległych każdego badanego PM z dołączonymi rezystorami dodatkowymi o różnych wartościach są różne (tab. 2 kol. 3,4), ale po przeliczeniu według wzorów (10) i (11) otrzymano bardzo zbliżone wartości R_{or} , C_{or} (tab. 2 kol. 5,6), co potwierdza poprawność przyjętych założeń i metody pomiaru. Metoda może być stosowana w sytuacjach, kiedy zakres przyrządu pomiarowego jest niewystarczający.

Dla PM o różnych długościach, grubościach izolacji i średnicach żył wartości parametrów zastępczych znacznie się różnią, co przy stosowaniu PM np. do badania charakterystyk magnesowania rdzeni ferromagnetycznych przy przebiegach odkształconych albo wysokich częstotliwościach skutkuje występowaniem bardzo dużych błędów, o nieznanych wartościach. Poznanie wartości admitancji stosowanego PM umożliwi dokładniejszą analizę takich błędów.

Wszystkie pomiary składowych admitancji mostkiem muszą być wykonane z możliwie największą precyzją, aby niepewność wyznaczania małych różnic była jak najmniejsza. Doprowadzenia do układu pomiarowego muszą być starannie ekranowane, połączenia (zwłaszcza rozłączne) muszą być pewne o małych i powtarzalnych

impedancjach stykowych, a układ uziemień wykonany zgodnie ze sztuką pomiarów precyzyjnych [4].

W artykule przedstawiono wyprowadzenie wzorów do obliczania składowych impedancji zastępczej przewodów wielożyłowych na podstawie zmierzonych bezpośrednio parametrów równoległych przewodu (G_{wr} , C_{wr}) z dołączonym rezystorem dodatkowym. Wyznaczenie dokładnego rozwiązania układu równań jest nietrywialne, ponieważ równania są nieliniowe. W analizie posłużono się wielkościami konduktancji i susceptancji w celu sprowadzenia obliczeń do tej samej jednostki (simens).

Uzyskane wyniki pomiarów składowych impedancji wykonanych przewodów multifilarnych PM zestawiono w tabeli 2. Zestawione wartości parametrów równoległych różnią się w sposób znaczący, który może mieć wpływ na poprawność mierzonych parametrów obwodu magnetycznego badanego rdzenia ferromagnetycznego [5]. Dla rezystancji przewodów różnice mierzonych wartości dochodziły do kilkuset procent, natomiast dla pojemności do kilkudziesięciu procent. Wartości liczbowe zamieszczone w tabelach mogą być wykorzystane do dalszych analiz oraz opracowania rzeczywistego modelu matematycznego obwodu rdzenia z założonym uzwojeniem magnesującym lub pomiarowym, który uwzględni wprowadzaną do obwodu dodatkową pojemność.

Autorzy: prof. dr hab. inż. Tadeusz Skubis, Małopolska Uczelnia Państwowa, Instytut Nauk Inżynieryjno-Technicznych, ul. M. Kolbego 8, 32-600 Oświęcim. E-mail: tadeusz.skubis@mup.edu.pl; dr inż. Anna Piaskowy, Politechnika Śląska, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, E-mail: anna.piaskowy@polsl.pl.

LITERATURA

- [1] Skubis T., Pusledzki J., An improved model of mutual admittances of tapped windings, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 38, Issue: 3, s. 760-763, 1989
- [2] Skubis, T., Met, A., A mathematical model of the admittance between tapped windings and their shield for ratio instruments, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 38, Issue: 3, s. 764-768, 1989
- [3] Piaskowy A., Skórkowski A., Układ mostkowy do badania właściwości magnetycznych, *PAK 2014* nr 12, s. 1147-1149
- [4] Kibble B.P., Rayner G.H., Coaxial AC Bridges. *Adam Hilger Ltd, Techno House, Bristol* 1984
- [5] Skubis T., Piaskowy A.: Wpływ parametrów rdzenia na błąd przekładni transformatora pomiarowego. *Metrologia naukowa, normatywna i przemysłowa. Wybrane zagadnienia. Pod red. Jerzego Roja Wyd. PolSI*, s. 163-175, Gliwice 2022