

Metoda szacowania niepewności wielkości wyjściowych torów pomiarowych wykorzystujących algorytmy dyskretnej transformacji falkowej

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę wyznaczania niepewności wielkości wyjściowych torów pomiarowych wykorzystujących algorytmy dyskretnej transformacji falkowej (DWT). Przedstawiona metoda obejmuje identyfikację właściwości metrologicznych toru pomiarowego, niewymagającą znajomości dokładnej struktury i parametrów tego toru, a następnie identyfikację parametrów dowolnego algorytmu DWT. Artykuł stanowi rozszerzenie referatu wygłoszonego na konferencji SP2022.

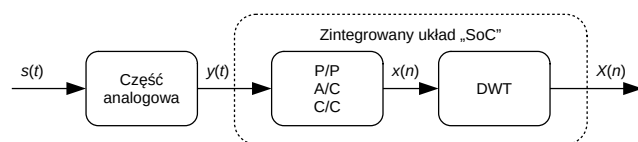
Abstract. The paper presents a method of determining the uncertainty of the output quantities of measuring chain using the algorithms of discrete wavelet transformation (DWT). The presented method includes the identification of the measuring chain, which does not require the knowledge of the exact structure and parameters of this chain, and then the identification of the parameters of any DWT algorithm. The paper also shows an application example of the described method. The article is an extension of the paper presented at the SP2022 conference. **(A method for estimating the uncertainty of the output quantities of measuring chains using discrete wave transformation algorithms)**

Słowa kluczowe: cyfrowe przetwarzanie sygnałów, dyskretna transformacja falkowa, systemy wbudowane, szacowanie niepewności
Keywords: digital signal processing, discrete wavelet transform, embedded systems, uncertainty estimation

Wstęp

Algorytmy dyskretnej transformacji falkowej (ang. Discrete Wavelet Transformation - DWT) znajdują szerokie zastosowania w wielu dziedzinach. Wykorzystywane są do przetwarzania obrazów i dźwięku, analizy drgań, filtracji szumów, a także w celu diagnostyki maszyn [1] [2]. Algorytmy te stanowią jedną z części toru pomiarowego, a ich analiza jest konieczna w celu wyznaczenia niepewności wielkości wyjściowej całego toru pomiarowego. Ze względu na specyfikę algorytmu DWT oraz duże możliwości jego parametryzacji, analiza ta jest zwykle czasochłonna i bywa często pomijana [3].

Obecnie elementem realizującym algorytm DWT w torze pomiarowym jest najczęściej mikrokontroler. W wielu przypadkach do budowy systemów pomiarowo-sterujących wykorzystuje się rozwiązania typu „System on Chip” (SoC), integrujące wszystkie urządzenia peryferyjne w obrębie jednego układu [4]. W takich przypadkach dokładny model i parametry części toru pomiarowego realizujące przetwarzanie analogowo-cyfrowe nie są znane, a ich wyznaczenie może okazać się bardzo czasochłonne. Przykładowy tor pomiarowy przedstawiono na rysunku 1, gdzie $s(t)$ oznacza fizyczną wielkość mierzoną w czasie, $y(t)$ wartość sygnału przetwornika pomiarowego, $x(n)$ kolejne próbki sygnału, a $X(n)$ wielkości wyjściowe toru pomiarowego.



Rys. 1. Schemat blokowy przykładowego toru pomiarowego

Do części analogowej toru pomiarowego należy zwykle przetwornik pomiarowy wraz z układem kondycjonowania sygnału. W tym przypadku źródła błędów stanowią niedoskonałe właściwości statyczne i dynamiczne przetwornika pomiarowego oraz układu kondycjonowania, czy występowanie wielkości zakłócających pomiar. Część cyfrową stanowi przetwornik analogowo-cyfrowy, który przetwarza wejściowy sygnał analogowy na jego dyskretną reprezentację. Główne źródła błędów przetwarzania A/C wynikają z rozdzielczości przetwornika oraz niestabilności źródła napięcia referencyjnego.

Podczas analizy opisywanych części toru pomiarowego kluczowym zagadnieniem jest wyznaczenie parametrów rozkładu błędów wielkości wyjściowych przetwornika A/C $x(n)$, które stanowią wielkości wejściowe dla algorytmu DWT [6]. W przypadku znajomości parametrów elementów składowych części A/C istnieje możliwość wyznaczenia opisywanych parametrów analitycznie. W przeciwnym razie należy eksperymentalnie zidentyfikować potrzebne wielkości.

Przenoszenie błędów losowych przez algorytm DWT

Algorytm ciągłej transformacji falkowej (CWT) można w ogólnej postaci przedstawić równaniem:

$$(1) \quad c_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) dt,$$

gdzie c jest wyznaczonym współczynnikiem transformacji, a parametrem skali, b parametrem przesunięcia w czasie, natomiast ψ równaniem falki-matki. W przypadku algorytmu DWT parametry a oraz b przyjmują wartości zgodnie z zależnościami [1]: $a = 2^k$, $b = n2^k$ oraz $k, n \in \mathbb{N}$.

Ze względu na bardzo dużą liczbę opisanych w literaturze falek [5], ich unikatowe właściwości oraz możliwość zmiany parametrów procesu dekompozycji sygnału, metody analityczne określenia właściwości metrologicznych dla wybranej kombinacji parametrów okazują się czasochłonne i niepraktyczne [3]. Problem ten rozwiązać można przedstawiając algorytm DWT w postaci macierzowej [6] [7]:

$$(2) \quad \begin{bmatrix} X(1) \\ \vdots \\ X(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M,1} & \cdots & a_{M,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(1) \\ \vdots \\ x(N) \end{bmatrix},$$

gdzie $a_{i,j}$ to kolejne współczynniki macierzy transformacji, M liczba wielkości wyjściowych algorytmu, natomiast N to liczba wielkości wejściowych. Równanie można przedstawić również w postaci:

$$(3) \quad \mathbf{X} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x},$$

gdzie \mathbf{X} jest wektorem wielkości wyjściowych, \mathbf{A} macierzą transformacji oraz \mathbf{x} wektorem wielkości wejściowych. Uniwersalna metoda identyfikacji macierzy \mathbf{A} została opisana w [6].

Znajomość opisanych parametrów pozwala określić zależność pomiędzy wariancją błędów wielkości wejściowych algorytmu, a wariancją błędów wielkości wyjściowych jako:

$$(4) \quad \sigma_i^2 = \sigma_x^2 \sum_{j=1}^N a_{i,j}^2,$$

gdzie σ_i^2 jest wariancją błędów i -tej wielkości wyjściowej, a σ_x^2 wariancją błędów wielkości wejściowej $x(n)$. Zakładając, że wartości błędów wielkości wejściowych nie są ze sobą w żaden sposób skorelowane, zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym, bez względu na kształt rozkładu błędu wielkości wejściowych, z akceptowalnym przybliżeniem można założyć, że rozkład błędu na wyjściu algorytmu będzie rozkładem normalnym [8]. Istnieje w takim przypadku możliwość wyznaczenia niepewności pojedynczej wielkości wyjściowej rozważanego algorytmu w postaci:

$$(5) \quad U(X_i) = c_n \sigma_i = c_n \sigma_x A_i,$$

gdzie σ_i jest odchyleniem standardowym błędów i -tej wielkości wyjściowej, σ_x odchyleniem standardowym błędów wielkości wejściowych, $U(X_i)$ niepewnością i -tej wielkości wyjściowej, $c_n = 1,96$ jest współczynnikiem rozszerzenia dla rozkładu normalnego dla poziomu ufności $\alpha = 95\%$ oraz:

$$(6) \quad A_i = \sqrt{\sum_{j=1}^N a_{i,j}^2}.$$

Wobec powyższych zależności, stosunek pomiędzy niepewnością wybranej wielkości wyjściowej, a niepewnością wielkości wejściowych algorytmu DWT, opisać można równaniem:

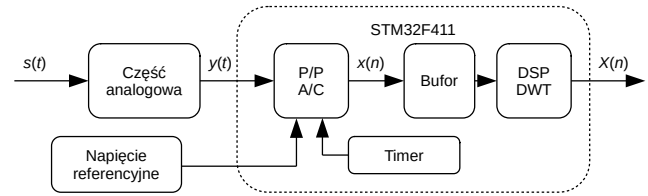
$$(7) \quad k_i = \frac{U(X_i)}{U(x)} = \frac{c_n A_i \sigma_x}{c_n \sigma_x},$$

gdzie c_x jest współczynnikiem rozszerzenia rozkładu błędu wielkości $x(n)$ dla poziomu ufności 95%. Szczegółowe informacje dotyczące opisywanej metody wraz z weryfikacją jej skuteczności przedstawiono w publikacji [6].

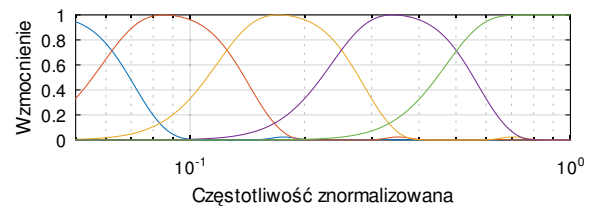
Przykład pierwszy

Pierwszy tor pomiarowy będący obiektem badań przetwarzał zmienną w czasie wielkość wejściową $s(t)$ będącą sygnałem napięciowym z zakresu od 0 V do 3,3 V. Do wyznaczenia wektora 128 próbek wyjściowych pobieranych było 128 próbek napięcia wejściowego z częstotliwością próbkowania równą 48 kHz. Tor pomiarowy zbudowano w oparciu o mikrokontroler STM32F407 z rodziny ARM taktowany zegarem 96 MHz. Do przeprowadzania procesu konwersji analogowo-cyfrowej analizowanego sygnału wykorzystano wbudowany w mikrokontroler 12-bitowy przetwornik A/C taktowany zegarem 24 MHz, którego działanie wyzwalane było zegarem sprzętowym. Napięcie referencyjne przetwornika A/C pochodziło z układu LD3985M33R i wynosiło 3,3 V. Algorytm transformacji falkowej zaimplementowano wykorzystując bibliotekę CMSIS DSP [9] w celu realizacji operacji mnożenia zgodnie z równaniem 2. Schemat blokowy analizowanego toru pomiarowego przedstawia rysunek 2.

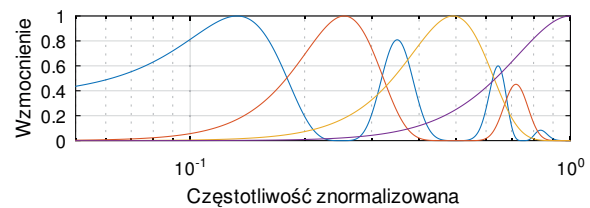
Przedstawiony tor pomiarowy realizował przetwarzanie w trybie ciągłym - próbkowanie wektora wielkości wejściowych algorytmu DWT odbywało się przy użyciu transferu DMA, przy czym w tym samym czasie obliczane były wartości wektora wielkości wyjściowych dla poprzednio



Rys. 2. Schemat blokowy pierwszego toru pomiarowego pozyskanych danych. Zastosowana biblioteka CMSIS DSP dostarczała programową implementację funkcji DSP odpowiednio zoptymalizowaną dla mikrokontrolerów opartych o rdzeń M4, dzięki czemu czas obliczeń wynosił 1508 μ s dla każdej serii pomiarowej. Całkowity czas konwersji A/C dla pojedynczej próbki sygnału wejściowego wynosił 250 ns, przy czym układ P/P uśredniał napięcie wejściowe przez 625 ns. Pobranie 128 próbek sygnału wejściowego było realizowane w czasie 2667 μ s. W przedstawionym torze pomiarowym wykorzystano falkę "sym8" [10] wraz z 4-stopniowym procesem dekompozycji oraz falkę "spline4:4" [11] wraz z 3-stopniowym procesem dekompozycji. Parametry banków filtrów dla zastosowanych falek przedstawiają rysunki: 3 oraz 4, gdzie częstotliwość znormalizowana jest odniesiona do częstotliwości Nyquista równej w tym przypadku 24 kHz [12]. Jako, że zastosowany mikrokontroler posiada jedynie 128 kB pamięci RAM, a macierz transformacji \mathbf{A} dla zadanych parametrów algorytmu DWT przy użyciu 32-bitowego typu "float" wynosi 64 kB, macierz ta została zapisana w pamięci programu mikrokontrolera.



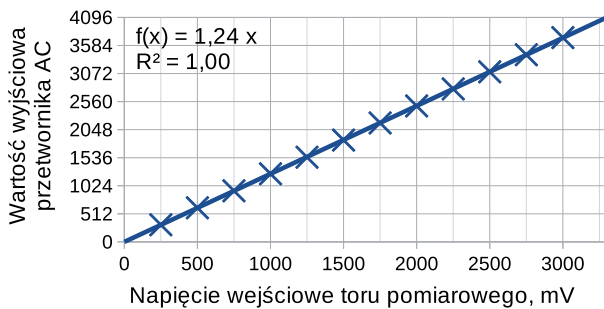
Rys. 3. Charakterystyka banku filtrów falki "sym8" dla 4 poziomów dekompozycji



Rys. 4. Charakterystyka falki "spline4:4" dla 3 poziomów dekompozycji

Jako, że nie są znane dokładne parametry oraz model analizowanego toru pomiarowego, jego właściwości konieczne do oszacowania niepewności wielkości wyjściowych zostały zidentyfikowane eksperymentalnie. Właściwości statyczne części analogowej oraz analogowo-cyfrowej analizowanego toru pomiarowego zostały wyznaczone poprzez podawanie na wejście toru wzorcowego napięcia stałego, którego źródłem był generator RIGOL DG1011. Na wejście toru pomiarowego podawano napięcie stałe z zakresu od 250 mV do 3,25 V, które próbkowano 30 tysięcy razy dla zadanej wartości. Na podstawie wyników pomiarów określano błąd wielkości $x(n)$ jako różnicę wartości zadanej i odtworzonej napięcia oraz oszacowano niepewność zgodnie z przyjętym poziomem ufności. Zależność wartości wielkości wyjściowej

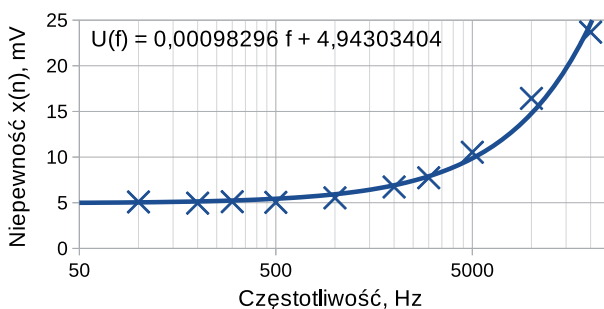
przetwornika AC w funkcji wartości napięcia wejściowego $s(t)$ przedstawia rysunek 5.



Rys. 5. Właściwości statyczne części analogowo-cyfrowej

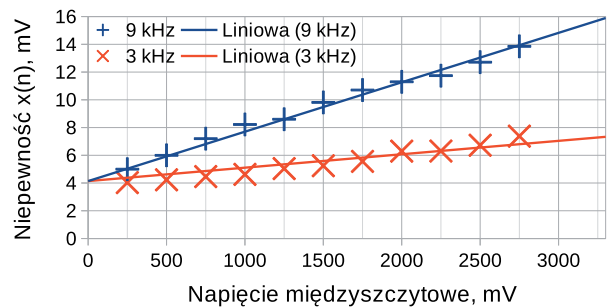
Na podstawie przeprowadzonego eksperymentu opracowano histogram błędów wielkości $x(n)$ reprezentującej odtworzone napięcie wejściowe $s(t)$ oraz wyznaczono jego parametry: $\sigma(x) = 3,15$ mV, $c_x = 2,03$ oraz $U(x) = 6,39$ mV. Można zatem zauważyć, że rozkład błędów wielkości $x(n)$ z zadowalającym przybliżeniem ma kształt rozkładu normalnego. Analizując wykres przedstawiony na rysunku 5 można również odczytać wartość napięcia referencyjnego $U_{ref} = 3301$ mV, która odpowiada oczekiwanej wartości dla układu LD3985M33R.

Właściwości dynamiczne części analogowej oraz analogowo-cyfrowej analizowanego toru pomiarowego wyznaczono podając na wejście toru pomiarowego z generatora RIGOL DG1011 napięcie sinusoidalnie zmienne o zadanej wartości międzyszczytowej i częstotliwości oraz niezmienną wartości składowej stałej równej 1,625 V. Wartość międzyszczytową wybierano z zakresu od 250 mV do 2,75 V wraz z liniowym krokiem wynoszącym 250 mV, a częstotliwość zmieniano logarytmicznie w zakresie od 100 Hz do 20 kHz. Zależność niepewności wielkości $x(n)$ w funkcji częstotliwości sygnału wejściowego dla wartości międzyszczytowej 2,75 V przedstawia rysunek 6. Zależność niepewności wielkości $x(n)$ w funkcji wartości napięcia międzyszczytowego dla wybranych częstotliwości sygnału wejściowego przedstawia rysunek 7.



Rys. 6. Właściwości części analogowo-cyfrowej w funkcji częstotliwości sygnału wejściowego

Analiza histogramów błędów wielkości $x(n)$ dla przeprowadzonych eksperymentów wykazała, że dla poziomu ufności 95% współczynnik rozszerzenia c_x mieścił się w przedziale $1,92 < c_x < 2,03$. W związku z tym z zadowalającym przybliżeniem uznać można, że rozkłady błędów wielkości $x(n)$ są zbliżone kształtem do rozkładu normalnego [8]. Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów wyznaczyć można zależność opisującą niepewność wielkości $x(n)$ wyrażoną w miliwoltach w funkcji częstotliwości i wartości międzyszczytowej napięcia



Rys. 7. Właściwości części analogowo-cyfrowej w funkcji wartości międzyszczytowej napięcia sygnału wejściowego

wejściowego $s(t)$ w postaci:

$$(8) \quad U_x(f, v_{pp}) = 3,57 \cdot 10^{-7} f \cdot v_{pp} + 4,94,$$

gdzie f jest częstotliwością sygnału sinusoidalnego wyrażoną w hercach, a v_{pp} wartością międzyszczytową tego sygnału wyrażoną w miliwoltach.

W celu oszacowania niepewności wielkości wyjściowej dla dowolnego sygnału wejściowego należy określić które harmoniczne tego sygnału są przenoszone dla wybranej wielkości wyjściowej algorytmu DWT. W tym celu należy ustalić widmo sygnału oraz, w zależności od wybranej falki, na podstawie rysunku 3 lub 4 ustalić jakie częstotliwości są przenoszone przez kolejne poziomy dekompozycji. Odczytane z rysunków 3 oraz 4 informacje na temat przenoszonych przez kolejne poziomy dekompozycji częstotliwości przedstawiają poniższe tabele. Analizując rysunki przyjęto, że wybrana częstotliwość jest przenoszona jeżeli tłumienie dla tej częstotliwości nie przekracza 3 dB [12].

Tabela 1. Zakresy przenoszonych częstotliwości, falka "sym8", 4 etapy dekompozycji

Zakres i	1 - 8	9 - 16	17 - 32	33 - 64	65 - 128
f [kHz]	0 - 1,5	1,5 - 3	3 - 6	6 - 12	12 - 24

Tabela 2. Zakresy przenoszonych częstotliwości, falka "spline4:4", 3 etapy dekompozycji

Zakres i	1 - 16	17 - 32	33 - 64	65 - 128
f [kHz]	1,75 - 4,2 7,8 - 9,1 15,2 - 15,7	4,5 - 7,5	8,6 - 14,7	16,3 - 24

Na podstawie analizy właściwości algorytmu DWT, charakterystyki przedstawionej na rysunku 6, równań 4 - 7 oraz równania 8, opisać można szacowaną niepewność dla dowolnego sygnału wejściowego wyrażoną w miliwoltach jako:

$$(9) \quad U_X(i, f_l, v_k) = 4,94k_i + k_i \sum 3,57 \cdot 10^{-7} f_l \cdot v_l \cdot \beta(f_l)$$

gdzie i jest indeksem wielkości wyjściowej, f_l częstotliwością l -tej harmonicznej sygnału wyrażoną w hercach, v_l wartością międzyszczytową l -tej harmonicznej wyrażoną w miliwoltach oraz $\beta(f_l)$ współczynnikiem tłumienia dla l -tej harmonicznej sygnału wynikającym z charakterystyki banku filtrów.

W celu weryfikacji przedstawionej metody na wejście toru pomiarowego podawano z generatora RIGOL DG1011 sygnał napięciowy o zadanych parametrach, a następnie porównywano wartości wielkości wyjściowych uzyskane przez tor pomiarowy do wartości obliczonych dla zadanych z generatora próbek. Eksperyment powtarzano 30 tysięcy

razy, a na podstawie różnicy pomiędzy otrzymanymi wartościami sporządzono histogram oraz wyznaczono jego parametry. Tabela 3 zawiera wyniki dla 20-tej wielkości wyjściowej toru pomiarowego przy zastosowaniu falki "sym8" wraz z 4-etapowym procesem dekompozycji, natomiast tabela 4 przedstawia wyniki dla falki "spline4:4" przy zastosowaniu 3 iteracji dekompozycji sygnału. Symbolem $U_S(X)$ oznaczono wartość szacowaną niepewności, natomiast symbolem $U_Z(X)$ oznaczono wartość zmierzoną. Podczas szacowania niepewności zgodnie z równaniem 9 pod uwagę były brane wszystkie harmoniczne o częstotliwości $f < \frac{f_s}{2}$.

Tabela 3. Wyniki eksperymentu, falka "sym8", 4 etapy dekompozycji, $i = 20, k_i = 1$

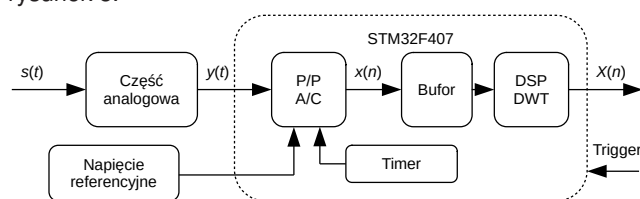
Sygnal	sinusoidalny $f = 9 \text{ kHz}$	prostokątny $f = 650 \text{ Hz}$	trójkątny $f = 800 \text{ Hz}$
$U_S(X)$ [mV]	5,08	6,96	5,31
$U_Z(X)$ [mV]	5,39	8,62	5,75

Tabela 4. Wyniki eksperymentu, falka "spline4:4", 3 etapy dekompozycji, $i = 30, k_i = 2, 74$

Sygnal	sinusoidalny $f = 9 \text{ kHz}$	prostokątny $f = 650 \text{ Hz}$	trójkątny $f = 800 \text{ Hz}$
$U_S(X)$ [mV]	15,62	20,28	14,33
$U_Z(X)$ [mV]	17,59	22,37	13,64

Przykład drugi

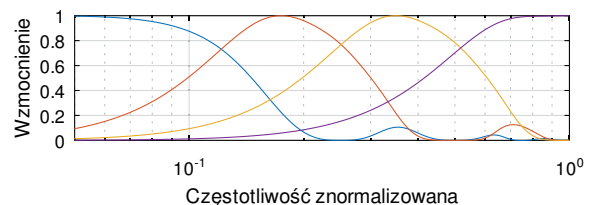
Drugi przykładowy tor pomiarowy zbudowano w oparciu o mikrokontroler STM32F407 wykorzystany w prototypowym zestawie uruchomieniowym STM Discovery. Podobnie jak w przypadku toru pierwszego wykorzystano wbudowany w mikrokontroler 12-bitowy przetwornik A/C wyzwalany sprzętowym timerem. Przetwornik A/C, którego napięcie referencyjne stabilizowane układem LD3985M33R wynosiło 3 V, był taktowany zegarem 21 MHz, przy czym częstotliwość próbkowania wynosiła 100 kHz. Czas uśredniania napięcia wejściowego wynosił 142,85 ns, a całkowity czas konwersji był równy 857,14 ns. Podobnie jak w przypadku pierwszym tor pomiarowy miał za zadanie przetwarzać 128 próbek sygnału wejściowego, będącego zmiennym w czasie napięciem z zakresu od 0 V do 3 V i wyznaczać na ich podstawie wektor 128 wartości wyjściowych. Tor pomiarowy wykonywał pomiar na żądanie, które przekazywane było za pośrednictwem interfejsu UART z poziomu podłączonego komputera PC. Podobnie jak w poprzednim przykładzie wykorzystano funkcję DSP implementowane przez bibliotekę CMSIS DSP. Ze względu na różnicę w częstotliwości taktowania mikrokontrolera omawiany tor pomiarowy realizował obliczenia w znacznie krótszym czasie wynoszącym 903 μs , przy czym pobieranie wektora próbek wielkości wejściowej odbywało się w czasie 1280 μs . Schemat opisanego toru pomiarowego przedstawia rysunek 8.



Rys. 8. Schemat blokowy drugiego toru pomiarowego

Najistotniejsze różnice pomiędzy przedstawionymi torami pomiarowymi to różne warianty układu zapewniającego napięcie referencyjne przetwornika

A/C, inne parametry przetworników A/C (częstotliwość taktowania, czas uśredniania), inny sposób wyzwalania pomiaru oraz różne mikrokontrolery. Przykład drugi posiadał zaimplementowane dwie wersje algorytmu DWT. Wersja pierwsza wykorzystywała falkę "sym8" wraz z 4 poziomym procesem dekompozycji, natomiast wersja druga stosowała falkę "symorth2" wraz z 3-etapowym procesem dekompozycji [13]. Charakterystyki banku filtrów dla wybranych wariantów przedstawiają rysunki 3 oraz 9. Zestawienie zakresów przenoszonych częstotliwości dla kolejnych wielkości wyjściowych w przypadku falki "symorth2" przedstawia tabela 5.

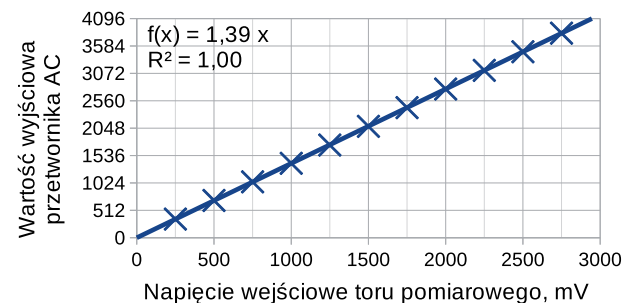


Rys. 9. Charakterystyka banku filtrów falki "symorth2" dla 3 poziomów dekompozycji

Tabela 5. Zakresy przenoszonych częstotliwości, falka "symorth2", 3 etapy dekompozycji

Zakres i	1 - 16	17 - 32	33 - 64	65 - 128
f [kHz]	0 - 6,9	5,3 - 14,3	10,6 - 29	22,3 - 50

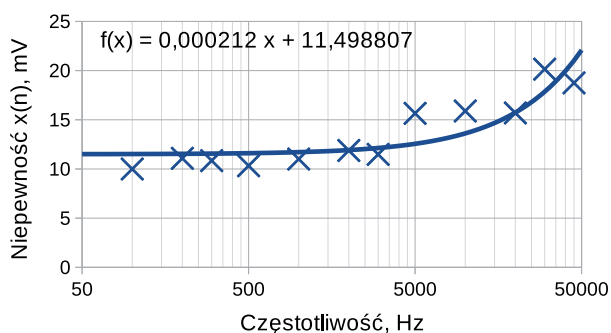
Podając na wejście toru pomiarowego z generatora RIGOL DG1011 napięcie stałe z zakresu od 250 mV do 2,75 V oraz odczytując 10 tysięcy razy dla zadanej wartości napięcia wynik konwersji przetwornika A/C wyznaczono statyczne właściwości części analogowo-cyfrowej toru pomiarowego. Następnie podając na wejście toru pomiarowego napięcie sinusoidalnie zmienne wyznaczono właściwości dynamiczne. Eksperymenty wykonywano stosując identyczną metodologię, jak w przypadku toru pierwszego, natomiast zredukowano liczbę powtórzeń eksperymentu. Zidentyfikowane charakterystyki przedstawiają rysunki 10 oraz 11. Podobnie, jak w przypadku toru pierwszego, niepewność wielkości $x(n)$ była zależna liniowo od częstotliwości oraz wartości międzyszczytowej napięcia wejściowego. Analizując rysunek 10 warto zauważyć, że rzeczywista wartość napięcia referencyjnego znacząco odbiega od wartości znamionowej dla układu LD3985M33R i wynosi około 2947 mV.



Rys. 10. Właściwości statyczne części analogowo-cyfrowej

Na podstawie zidentyfikowanych właściwości, wyrażoną w miliwoltach niepewność wielkości $x(n)$ w zależności od spektrum sygnału wejściowego, aproksymować można równaniem:

$$(10) \quad U_X(i, f_i, v_k) = 11,5k_i + k_i \sum 8,5 \cdot 10^{-8} f_i \cdot v_l \cdot \beta(f_i)$$



Rys. 11. Właściwości części analogowo-cyfrowej w funkcji częstotliwości sygnału wejściowego

Analizując przedstawione charakterystyki zauważyć można, że ograniczenie liczby powtórzeń pomiarów zaowocowało zmniejszeniem dokładności identyfikacji właściwości toru pomiarowego w stosunku do przykładu pierwszego. Ponadto, ze względu na znacznie krótszy czas uśredniania, tor drugi charakteryzuje się większym udziałem szumów w stosunku do niepewności zależnej od częstotliwości sygnału wejściowego.

W celu weryfikacji opisywanej metody szacowania niepewności wielkości wyjściowych dla analizowanego toru pomiarowego przeprowadzono eksperyment, w którym porównywano dla wybranych sygnałów wartości wielkości wyjściowych $X(n)$ uzyskane przez tor pomiarowy z wartościami oczekiwanymi. Eksperyment powtarzono 10 tysięcy razy, po czym dla uzyskanych wartości błędów wyznaczono histogram i określono jego parametry. Uzyskane wartości porównywano z oszacowanymi przedstawioną metodą i zestawiono w tabelach: 6, 7.

Tabela 6. Wyniki eksperymentu, falka "sym8", 4 etapy dekompozycji, $i = 20, k_i = 1$

Sygnał	sinusoidalny $f = 20$ kHz	prostokątny $f = 750$ Hz	trójkątny $f = 1$ kHz
$U_S(X)$ [mV]	11,50	12,41	11,60
$U_Z(X)$ [mV]	12,06	13,89	12,53

Tabela 7. Wyniki eksperymentu, falka "symorth2", 3 etapy dekompozycji, $i = 60, k_i = 0, 99$

Sygnał	sinusoidalny $f = 20$ kHz	prostokątny $f = 750$ Hz	trójkątny $f = 1$ kHz
$U_S(X)$ [mV]	15,58	13,67	11,63
$U_Z(X)$ [mV]	16,17	12,81	11,86

Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów można wnioskować, że przedstawiona metoda umożliwiła uzyskanie wyników zbliżonych do rzeczywistych. Przyjęte uproszczenia w niewielkim stopniu wpływają na dokładność wyników przy bardzo korzystnym wpływie na uniwersalność opisywanej metody. Przedstawiona metoda nie wymaga znajomości dokładnego modelu analizowanego toru pomiarowego, przez co może być stosowana w przypadkach, gdy nie są znane szczegółowe parametry lub dokładna budowa takiego toru.

Zastosowana metoda szacowania niepewności wielkości wyjściowych algorytmu DWT zapewnia wyniki, których jakość uzależniona jest od dokładności wyznaczenia parametrów rozkładu błędów wielkości wejściowych algorytmu DWT. Stąd, przy znajomości dokładnego modelu części toru pomiarowego znajdującej się przed algorytmem DWT, wyniki otrzymane przy stosowaniu tej metody będą

bardziej zbliżone do rzeczywistych wartości. Analizując różnice pomiędzy torami pomiarowymi będącymi obiektami badań zauważyć można, że w przypadku dłuższego czasu uśredniania napięcia wejściowego zmniejsza się udział szumów na wejściu algorytmu DWT, natomiast zwiększa się błąd dynamiczny powiązany z częstotliwością przetwarzanej harmonicznej. Należy zatem tak dobrać ten czas, aby osiągnąć kompromis pomiędzy dobrą dynamiką, a odpowiednim tłumieniem szumów.

Przeprowadzając identyfikację toru pomiarowego należy odpowiednio dobierać liczbę powtórzeń eksperymentu. Im większa liczba powtórzeń, tym lepiej uśrednione będą wyniki i tym dokładniej przeprowadzona będzie identyfikacja. Wykonywanie zbyt dużej liczby powtórzeń nie jest jednak wskazane, ponieważ po przekroczeniu pewnej granicy poprawa rezultatów staje się nikła. Podczas doboru parametrów eksperymentu należy kierować się przewodnikiem [8].

W celu poprawy skuteczności opisywanej metody należy wyodrębnić najważniejsze źródła błędów, a następnie zmodyfikować równania opisujące niepewność $u(x)$ tak, aby w lepszym stopniu opisywały istniejące zależności. Zaproponowane w artykule rozwiązanie stanowi jedynie pewną uproszczoną koncepcję, przez co może nie być odpowiednie w przypadku niektórych torów pomiarowych.

Następnym krokiem mającym na celu weryfikację zastosowanej metody wyznaczania niepewności wielkości wyjściowych algorytmu DWT będzie przeprowadzenie eksperymentów dla toru pomiarowego o znanym modelu.

Autorzy: dr hab. inż. Jerzy Roj prof. PS, mgr inż. Łukasz Drózdź, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki, Wydział Elektryczny, Politechnika Śląska, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, email: jerzy.roj@polsl.pl, lukasz.drozdz@polsl.pl

LITERATURA

- [1] Addison P. S.: The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance. CRC press, 2017.
- [2] Vimala C., Priya P. A.: Noise reduction based on Double Density Discrete Wavelet Transform. In Proceedings of the International Conference on Smart Structures and Systems s. 15–18, 2014.
- [3] Yan B. F., Miyamoto A., Brühwiler E.: Wavelet transform-based modal parameter identification considering uncertainty. Journal of Sound and Vibration, v. 291, 2006.
- [4] Ariando D., Chen D., Greer M., Mandal S.: An autonomous, highly portable NMR spectrometer based on a low-cost System-on-Chip (SoC). Journal of Magnetic Resonance, v. 299, 2019.
- [5] Akujuobi C. M.: Wavelets and Wavelet Transform Systems and Their Applications: A Digital Signal Processing Approach, Springer, 2022.
- [6] Roj J., Drózdź Ł.: Propagation of Random Errors by the Discrete Wavelet Transform Algorithm, Electronics, 10(7), 2021.
- [7] Jakubiec J.: The error based model of a single measurement result in uncertainty calculation of the mean value of series, Problems and progress in metrology, 20, s. 75–78, 2015.
- [8] Evaluation of Measurement Data—Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, JCGM, 2008.
- [9] Reay D. S.: Digital Signal Processing Using the ARM Cortex M4, John Wiley & Sons, 2015.
- [10] Vonesch C., Blu T., Unser M.: Generalized Daubechies wavelet families, IEEE Transactions on Signal Processing, 55, s. 4415–4429, 2007.
- [11] Wang J.: On Spline Wavelets, Sam Houston State University: Huntsville, 2006.
- [12] Oppenheim A. V., Schaffer R. W.: Discrete-Time Signal Processing, 3rd Edition, Pearson, 2010.
- [13] Abdelnour F.: Symmetric wavelets dyadic sibling and dual frames, Signal Processing 92(5), s. 1216-1229, 2012