

Numeryczny model hartowania indukcyjnego osiowo-symetrycznych elementów stalowych z uwzględnieniem różnych rodzajów wymuszenia

Streszczenie. W pracy przedstawiono model matematyczny i numeryczny procesu indukcyjnego hartowania stali. W modelu uwzględniono wzajemne wpływy pól elektromagnetycznego i cieplnego oraz wpływ pola temperatury na przemiany fazowe w stali. Pole elektromagnetyczne obliczono na podstawie równań Maxwella biorąc pod uwagę zmiany konduktywności i przenikalności magnetycznej materiału w czasie procesu. Pole temperatury określono na podstawie równań Fouriera-Kirchhoffa. Udział poszczególnych struktur w czasie nagrzewania i chłodzenia wyznaczono na podstawie wykresów CTPi. Wzajemne wpływy pola temperatury i przemian fazowych rozważono stosując zasadę addytywności i wzory Avramiego do transformacji dyfuzyjnych, natomiast empiryczny wzór Koistinen i Marburgera został użyty do obliczenia transformacji martenzytycznej.

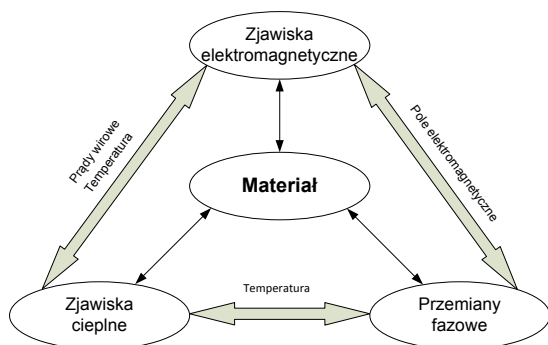
Abstract. The paper presents a mathematical and numerical models of the induction hardening process of steel. The model takes into account the mutual influence of electromagnetic and thermal fields and the influence of the temperature field on phase changes in steel. The electromagnetic field was calculated on the basis of Maxwell's equations taking into account the changes in conductivity and magnetic permeability of the material during the process. The temperature field was determined on the basis of Fourier-Kirchhoff's equations. The fractions of phases created during the phase transformations were considered by applying the additivity principle and Avrami formulae for diffusion transformations while the Koistinen and Marburger empirical formula was used to calculate the martensite transformation. (**Mathematical and numerical models of the induction hardening process of steel**)

Słowa kluczowe: prądy wirowe, nagrzewanie indukcyjne, przemiany fazowe, pola sprzężone.

Keywords: eddy currents, induction heating, phase transformations, coupled field.

Wstęp

Nagrzewanie indukcyjne jest metodą dobrze znaną w procesach takich jak hartowanie, wyżarzanie, podgrzewanie do kucia na gorąco raz topienie. Proces nagrzewania indukcyjnego w porównaniu z tradycyjnymi metodami ma wiele zalet jak brak problemów z otwartym ogniem lub bezpieczeństwem atmosfery, powtarzalność, wysoka wydajność, zmniejszona skala, szybkie ukierunkowane ciepło, łatwość obsługi [1-3].



Rys. 1. Diagram zjawisk towarzyszących hartowaniu indukcyjnemu

Hartowanie stali jest obróbką termiczną, która wymaga nagrzewania powyżej temperatury przemiany w austenit, a następnie wystarczająco szybkiego chłodzenia, aby uzyskać strukturę stopu bainitycznego lub martenzytycznego. Hartowanie indukcyjne stosuje się w celu uzyskania dużej twardości powierzchniowej warstwy przedmiotu z zachowaniem ciągłego rdzenia, co zapewnia wysoką wytrzymałość i jednocześnie dużą odporność przedmiotu na ścieranie. Indukowane w materiale prądy wirowe są przyczyną powstawania objętościowych źródeł ciepła o dużych mocach. W wyniku działania tych źródeł materiał nagrzewa się do wysokiej temperatury, a ze względu na to, że źródła ciepła działają w niewielkiej objętości pole temperatury w materiale jest silnie

niejednorodne. Wzajemne wpływy poszczególnych zjawisk towarzyszących obróbce cieplnej przedstawiono na diagramie na rysunku 1.

Pole elektromagnetyczne

Pole elektromagnetyczne w środowisku przewodzącym opisane jest równaniami Maxwella. Wprowadzając potencjał wektorowy $\underline{\mathbf{A}}$ w postaci $\underline{\mathbf{B}} = \nabla \times \underline{\mathbf{A}}$, przyjmując, że dla niskich częstotliwości prąd przesunięcia jest pomijalnie mały oraz stosując skalowanie Coulomba $\nabla \cdot \underline{\mathbf{A}} = 0$, z równań Maxwella otrzymuje się równanie opisujące potencjał wektorowy $\underline{\mathbf{A}}$ dla stanu quasi-ustalonego i wymuszenia sinusoidalnego [4]

$$(1) \quad \left(\nabla \cdot \frac{1}{\mu} \nabla \right) \underline{\mathbf{A}} - j\omega\gamma \underline{\mathbf{A}} = -\underline{\mathbf{J}}_S$$

gdzie: $\underline{\mathbf{A}}$ - potencjał wektorowy (wartość zespolona skuteczna) $\gamma = \gamma(\Theta)$, $\mu = \mu(H, \Theta)$

W przypadku przewodnika w kształcie pierścienia sformułowanie różniczkowo całkowe [4] pozwala zastąpić równanie (1), zawierające dwie nieznanne wielkości: potencjał wektorowy $\underline{\mathbf{A}}$ i gęstość prądu źródłowego, równaniem różniczkowo-całkowym, zawierającym jedną niewiadomą – potencjał wektorowy oraz wielkość zadaną $\underline{\mathbf{I}}$ – prąd płynący w przewodniku. W tym przypadku potencjał wektorowy $\underline{\mathbf{A}}$ ma tylko jedną składową i zagadnienie można rozpatrywać jako dwuwymiarowe.

Nieznana wartość gęstości prądu źródłowego można określić bezpośrednio z prawa Ampera:

$$(2) \quad \underline{\mathbf{J}}_S = \frac{\underline{\mathbf{I}}}{\Delta} + j \frac{\omega\gamma}{\Delta} \iint_{\Omega_m} \underline{\mathbf{A}} d\Omega$$

gdzie Δ jest współczynnikiem proporcjonalnym do pola przekroju poprzecznego przewodnika (wzbudnika) Ω_m wiodącego prąd $\underline{\mathbf{I}}$.

Podstawiając równanie (2) do równania (1) otrzymuje się w układzie współrzędnych walcowych (r,z) (zagadnienie osiowo-symetryczne) równanie różniczkowo-całkowe zawierające tylko jedną niewiadomą - potencjał wektorowy

$$(3) \quad \frac{1}{\mu} \left(\nabla^2 \underline{A} - \frac{\underline{A}}{r^2} \right) - j\omega\gamma \underline{A} + j \frac{\omega\gamma}{\Delta} \iint_{\Omega_m} \underline{A} d\Omega = -\frac{\underline{I}}{\Delta}$$

Dla układu osiowo-symetrycznego współczynnik Δ jest określony zależnością

$$(4) \quad \Delta = r \iint_{\Omega_m} \frac{1}{r'} dr' dz$$

Do równania (3) zastosowano metodę Bubnowa-Galerkina, a otrzymane równanie rozwiązano metodą elementów skończonych.

Numeryczna analiza pola magnetycznego w środowisku z materiałami ferromagnetycznymi wymaga znajomości charakterystyk magnesowania tych materiałów. W przypadku nagrzewania indukcyjnego (silne pola magnetyczne) można pominąć straty histerezy i przyjęc jednowartościową krzywą magnesowania. Zależność przenikalności magnetycznej materiału hartowanego materiału (stal N9E) od natężenia pola magnetycznego i temperatury aproksymowano funkcją $\mu = \mu(\underline{H}, \Theta)$ [5] (dokonano przeliczenia wartości maksymalnych na skuteczne).

Rozwiązanie równania (3) daje rozkład potencjału wektorowego w badanym obszarze. Określenie przenikalności magnetycznej na podstawie znajomości rozkładu potencjału wektorowego wymaga rozwiązania dla każdego elementu skończonego równania nieliniowego

$$(5) \quad \mu_0 \mu^\alpha + \mu_0 (aB^\alpha - \mu^\alpha) c(\Theta) - \mu^{\alpha+1} = 0$$

gdzie: $B = |\underline{B}| = |\nabla \times \underline{A}| = \sqrt{B_x^* B_x^* + B_y^* B_y^*}$

Objętościową gęstość strat mocy w nagrzewanym elemencie można wyznaczyć z zależności

$$(6) \quad \tilde{Q} = \omega^2 \gamma \underline{A} \underline{A}^*$$

Pole temperatury wywołane wewnętrznymi źródłami ciepła

W modelu zjawisk wymiany ciepła dla ciał stałych przyjęto równanie

$$(7) \quad \nabla \cdot (\lambda \nabla \Theta) - \rho c \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \tilde{Q} = 0$$

gdzie: $\Theta = \Theta(\underline{x}, t)$ - temperatura, \underline{x} - współrzędne przestrzenne, $c = c(\underline{x}, t)$ - ciepło właściwe, $\rho = \rho(\underline{x}, t)$ gęstość, $\lambda = \lambda(\underline{x}, t)$ - współczynnik przewodzenia ciepła, $\tilde{Q} = \tilde{Q}(\underline{x}, t)$ objętościowa gęstość mocy.

Rozchodzeniu się ciepła w materiale podczas hartowania indukcyjnego towarzyszy zawsze zmiana temperatury uzależniona przede wszystkim od mocy dostarczonej do materiału, jego właściwości cieplnych, kształtu geometrycznego i położenia przedmiotu oraz rodzaju powierzchni wymiany ciepła z otoczeniem. Rzeczywisty rozkład temperatury we wsadzie będzie się różnił od rozkładu gęstości mocy grzejnej ze względu na przewodzenie ciepła we wsadzie oraz straty ciepłe wywołane przez promieniowanie i konwekcję. W konsekwencji tego na rozkład temperatury we wsadzie

wpływa nie tylko rozkład gęstości mocy, ale także czas nagrzewania.

Ścisły opis matematyczny zjawisk fizycznych składających się na wymianę ciepła z otoczeniem w procesach hartowania indukcyjnego jest bardzo skomplikowany i trudny do uogólnień. W układach rzeczywistych zależności opisujące zjawiska wymiany ciepła są jeszcze bardziej złożone. Mając na uwadze względy uylitarne, w pracy przyjęto uproszczony model wymiany ciepła przez promieniowanie i konwekcję, sprowadzający się do założenia, że współczynnik wymiany ciepła $\alpha(\Theta)$ jest zależny od temperatury.

Całkowity strumień ciepła można wyrazić przez sumę strumieni ciepła wynikających z konwekcji i promieniowania

$$(8) \quad q = q_k + q_r = \alpha(\Theta)(\Theta - \Theta_a)$$

Współczynnik $\alpha(\Theta)$ określa zdolność ogrzewanego ciała do oddawania ciepła przez powierzchnię do otoczenia. Zmianę tego współczynnika od temperatury aproksymowano dla każdego elementu skończonego wzorem otrzymanym na podstawie danych empirycznych [5].

Na powierzchni wałka przyjęto warunek brzegowy w postaci

$$(9) \quad \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial r} = -\alpha(\Theta)(\Theta - \Theta_a)$$

Moc źródeł wewnętrznych pochodzących od prądów wirowych oblicza się na podstawie zależności (6), natomiast od przemian fazowych może być wyrażona przez przyrost entalpii i można ją wprowadzić poprzez zmianę efektywnego ciepła właściwego $c(\Theta)$.

Przemiany fazowe

Zjawiska związane z obróbką cieplną są bardzo złożone i nie zostały jeszcze w pełni wyjaśnione. Intensywne badania w tej dziedzinie są wymuszone przez przemysł, który dążąc do wdrażania nowoczesnych technologii i redukcji kosztów wytwarzania wymaga ciągłego ulepszania obróbki cieplnej narzędzi. Analiza numeryczna procesów obróbki cieplnej jest ważną kwestią w działalności laboratoriów zajmujących się projektowaniem procesów przemysłowych. Wymaga ona zbudowania modeli matematycznych i numerycznych pozwalających na śledzenie zmian ilościowych w strukturze materiału ze zmianą temperatury w czasie. Obecnie badania modelowania numerycznego procesów cieplnych zachodzących w czasie hartowania indukcyjnego mają tendencję do zwiększania liczby parametrów wejściowych na przykład o plastyczność transformacji [6]. Analizy danych eksperymentalnych pozwoliły na opracowanie wielu modeli matematycznych do obliczeń ułamek objętościowych przemian fazowych w stanie stałym. Podstawowe modele to równanie Johnsona-Mehla-Avramiego oraz uogólnione równanie Kołmogorowa [7]. W przypadku przemiany martenzytycznej w celu określenia ułamka objętościowego fazy stosuje się zwykle równanie Koistinena-Marburgera.

Metoda obliczania udziałów poszczególnych struktur podczas ciągłego nagrzewania i chłodzenia zastosowana w pracy wykorzystuje dane z procesu izotermicznego (wykres CTPi) i jest oparta na zasadzie addytywności [8].

Krzywą temperatury-czas nagrzewania aproksymowano ciągiem izotermicznych kroków. W każdym kroku udział nowej fazy jest obliczany na podstawie kinetyki przemiany izotermicznej, która jest modelowana zgodnie z prawami Johnsona-Mehla i Avramiego [9]

$$(10) \quad \eta_A(\Theta, t) = 1 - \exp(-b(\Theta) t^{n(\Theta)})$$

gdzie: η_A - udział powstałego austenitu, $b(\Theta)$, $n(\Theta)$ - współczynniki zależne od temperatury.

Postać współczynników $b(\Theta)$ i $n(\Theta)$ określono z rozwiązania układu dwóch równań odpowiadających procentowym udziałom powstającej fazy (1% i 99%)

$$(11) \quad n(\Theta) = \frac{\ln\left(\frac{\ln(1-\eta_f)}{\ln(1-\eta_s)}\right)}{\ln\left(\frac{t_s}{t_f}\right)}, \quad b(\Theta) = \frac{-\ln(1-\eta_s)}{(t_s)^{n(\Theta)}}$$

gdzie: t_s i t_f - czasy początku i końca przemiany w tej samej temperaturze. Współczynniki $b(\Theta)$ i $n(\Theta)$ muszą być obliczane dla każdego kroku czasowego.

Objętościowe udziały struktur (perlitu i bainitu) powstających w czasie chłodzenia można wyznaczyć, podobnie jak udziały struktur powstających w czasie nagrzewania, ze wzorów Avramiego, uwzględniając udział powstałego austenitu w procesie nagrzewania

$$(12) \quad \eta_P(\Theta, t) = \eta_A(1 - \exp(-b(\Theta) t^{n(\Theta)}))$$

$$\eta_B(\Theta) = \eta_A(1 - \eta_P)(1 - \exp(-b(\Theta) t^{n(\Theta)}))$$

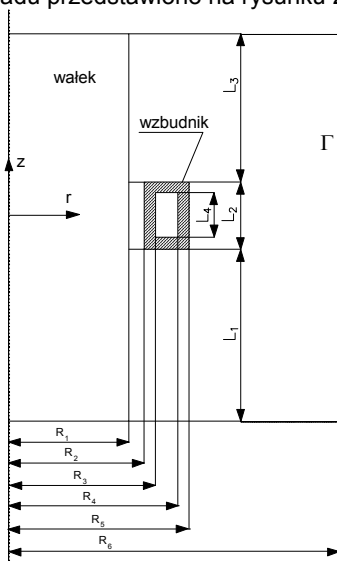
W przypadku stali podeutektoidalnych powyższe udziały można uzupełnić o udział powstałego ferrytu. Udział powstałego martenzytu może być określony na podstawie empirycznego równania Koistinen i Marburgera [10]

$$(13) \quad \eta_M = \eta_A(1 - \eta_B - \eta_P)(1 - \exp(-k(M_S - \Theta)^m))$$

Dla stali N9E współczynniki występujące w powyższym wzorze są odpowiednio równe $k=0,011$ i $m=1$.

Przykład obliczeniowy

W przykładzie obliczeniowym analizowano hartowanie wałka wykonanego ze stali N9E (1.1830). Przekrój podłużny badanego układu przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Przekrój podłużny badanego układu

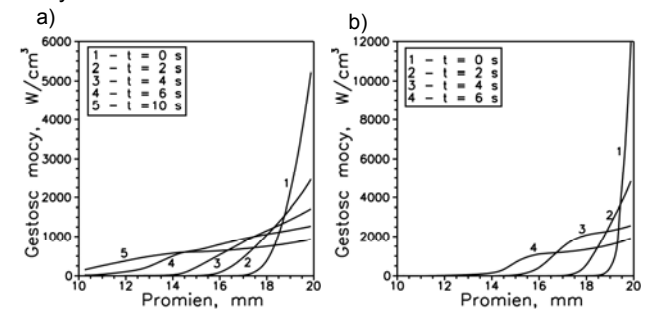
Obliczenia wykonano dla następujących wymiarów geometrycznych:

$R_1 = 0,020$ m $R_2 = 0,022$ m $R_3 = 0,024$ m $R_4 = 0,028$ m
 $R_5 = 0,030$ m $R_6 = 0,070$ m $L_1 = 0,0375$ m $L_2 = 0,015$ m
 $L_3 = 0,0375$ m $L_4 = 0,007$ m

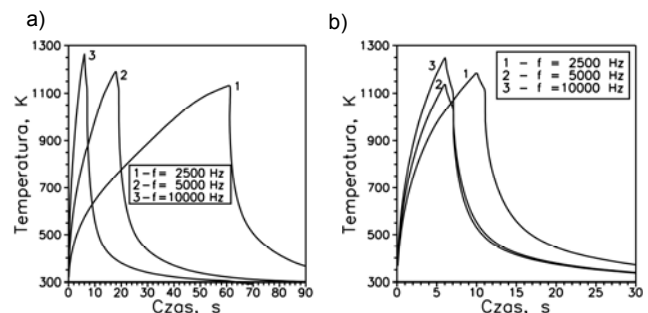
Do obliczeń przyjęto wzbudnik jednozwojowy. Wykonano obliczenia dla częstotliwości prądu wzbudnika 2,5 i 10 kHz. Temperatura początkowa wałka była równa temperaturze otoczenia i wynosiła $\Theta_a=300$ K. W przykładach obliczeniowych założono dwa przypadki zasilania: stabilizowanym prądem wzbudnika równym 3,7 kA oraz stabilizowaną mocą generatora równą 17,5 kW (dostarczaną do układu wzbudnik-wsad). Odpowiada to mocy pobieranej przez identyczny układ przy stabilizacji prądu wzbudnika ($I = 3,7$ kA i częstotliwości $f = 10$ kHz) w początkowej chwili nagrzewania.

Dla pola elektromagnetycznego przyjęto warunek brzegowy Dirichleta $A = 0$ na brzegu Γ . W obliczeniach pola temperatury przyjęto wymianę ciepła z otoczeniem również w czasie nagrzewania. Wszystkie obliczenia wykonano dla nieliniowych współczynników materiałowych.

Na rysunku 3 przedstawiono rozkład gęstości mocy wzdłuż promienia wałka w płaszczyźnie $z = 0$, przy zasilaniu stabilizowaną mocą generatora równą 17,5 kW. W początkowej fazie procesu nagrzewania obserwuje się silną koncentrację mocy w warstwach przypowierzchniowych. Ze względu na wzrost rezystywności i zmniejszanie się przenikalności magnetycznej (wskutek nagrzewania) zmniejsza się współczynnik wypierania prądu i po 6 sekundach nagrzewania objętościowa gęstość mocy jest prawie taka sama od powierzchni zewnętrznej do głębokości 4 mm. W warstwie nagrzanej powyżej punktu Curie obserwuje się prawie jednorodny rozkład gęstości mocy.



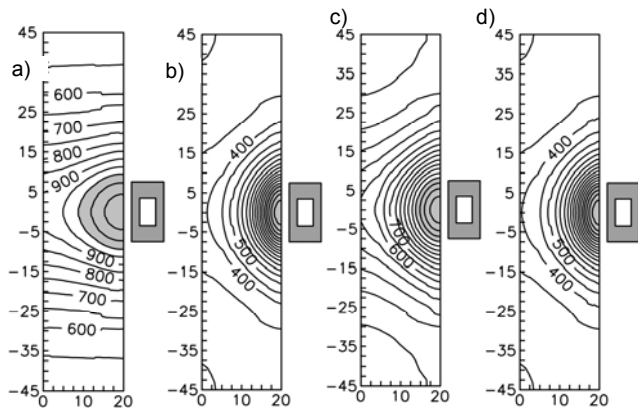
Rys. 3. Rozkład gęstości mocy wzdłuż promienia dla $z = 0$, a) $f = 2,5$ kHz, b) $f = 10$ kHz (stabilizowana moc)



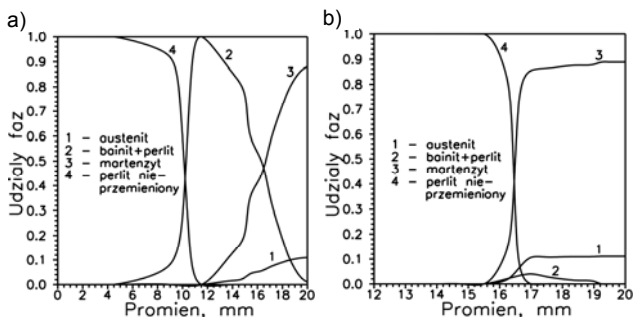
Rys. 4. Zmiana temperatury na powierzchni wałka ($z = 0$) w czasie obróbki a) stabilizowany prąd, b) stabilizowana moc

Na rysunku 4 przedstawiono zmianę temperatury na powierzchni wałka w czasie obróbki cieplnej. Stosunkowo wolne chłodzenie w górnym zakresie temperatur jest spowodowane tym, że od czasu wyłączenia zasilania wzbudnika do chwili rozpoczęcia chłodzenia wałka w wodzie następuje jednosekundowe wytrzymanie w powietrzu. Na rysunku 5 przedstawiono rozkład pola

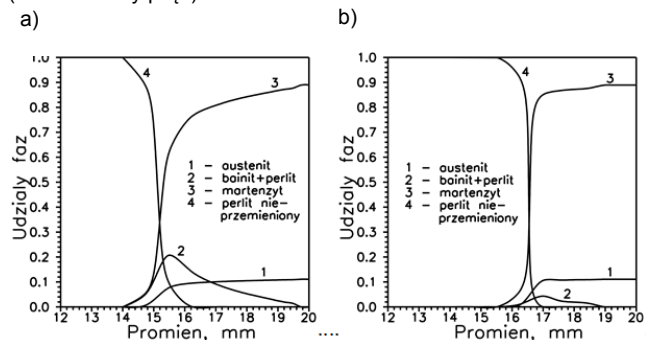
temperatury w przekroju podłużnym wałka w chwili wyłączenia zasilania wzbudnika. Na rysunkach tych zaznaczono obszar nagrany powyżej temperatury A_1 .



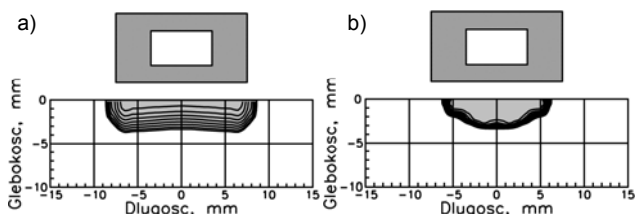
Rys. 5. Pole temperatury w wałku w chwili wyłączenia zasilania odpowiednio dla a) $f = 2,5$ kHz, b) $f = 10$ kHz stabilizowany prąd, c) $f = 2,5$ kHz, d) $f = 10$ kHz, stabilizowana moc (obszar zaciemniony - $\Theta > A_1$)



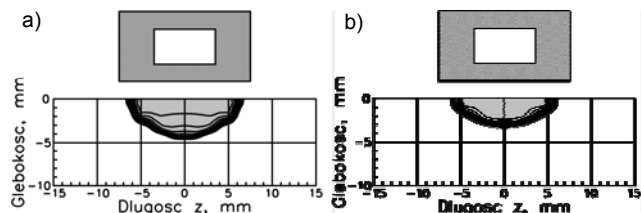
Rys. 6. Udział poszczególnych faz po hartowaniu wzdłuż promienia w płaszczyźnie $z = 0$, gdy: a) $f = 2,5$ kHz, b) $f = 10$ kHz (stabilizowany prąd)



Rys. 7. Udział poszczególnych faz po hartowaniu wzdłuż promienia w płaszczyźnie $z = 0$, gdy: a) $f = 2,5$ kHz, b) $f = 10$ kHz (stabilizowana moc)



Rys. 8. Obszar zahartowany ($\eta_M > 0,5$, hartowanie w wodzie) gdy: a) $I = 3,7$ kA, $f = 2,5$ kHz, $t = 60$ s, b) $I = 3,7$ kA, $f = 10$ kHz, $t = 6$ s, (stabilizowany prąd)



Rys. 9. Obszar zahartowany ($\eta_M > 0,5$, hartowanie w wodzie) gdy: a) $P = 17,5$ kW, $f = 2,5$ kHz, $t = 10$ s, b) $P = 17,5$ kW, $f = 10$ kHz, $t = 6$ s (stabilizowana moc)

Rysunki 6 i 7 przedstawiają udziały poszczególnych faz po procesie hartowania w przekroju $z = 0$, odpowiednio dla nagrzewania stabilizowanym prądem i stabilizowaną mocą. Nagrzewanie prądem o niższej częstotliwości umożliwia uzyskanie pola temperatury o mniejszych gradientach. Po hartowaniu powstaje wtedy stosunkowo szeroka warstwa przejściowa (perlit+bainit). Na rysunkach 8 i 9 przedstawiono strefy zahartowane w przekroju podłużnym wałka w przypadku nagrzewania prądem o częstotliwości $f = 2,5$ oraz $f = 10$ kHz. Należy zauważyć, że obszar nagrany powyżej temperatury A_1 (rysunek 5) nie pokrywa się z obszarem zahartowanym (rysunki 8 i 9).

Autorzy: dr hab. inż. Sławomir Iskierka, Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, ul. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: iskierka@el.pcz.czyst.pl; dr inż. Iwona Iskierka, Wydział Elektryczny, ul. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: iwona.iskierka@el.pcz.czyst.pl. Projekt finansowany w ramach programu MNiSW pod nazwą „Regionalna Inicjatywa Doskonałości” w latach 2019 - 2022 nr projektu 020/RID/2018/19, kwota finansowania 12 000 000 PLN

REFERENCES

- [1] Barglik J., Wieczorek T., Smalcerz A., Modeling of surface induction hardening process, *Przegląd Elektrotechniczny*, R90, nr 2, 2014, pp.1-4.
- [2] Bokota A., Iskierka S.: Numerical analysis of phase transformations and residual stresses in steel cone-shaped elements hardened by induction and flame methods, *International Journal of Mechanical Sciences*, 1998, 40, 6, s. 617-629
- [3] Spezzapria M., Forzan M., Dughiero F., Numerical simulation of solid-solid phase transformations during induction hardening process, *IEEE Trans. Mag.*, 52, 3, 2016, pp. 740-743
- [4] Konrad A., Integrodifferential finite element formulation of two-dimensional steady-state skin effect problems, *IEEE Trans. Mag.*, 18, 1, 1982, pp. 284-292.
- [5] Totten G.E., *Steel heat treatment handbook*, Taylor&Francis, 2007
- [6] Bokota A., Kulawik A., Model and Numerical Analysis of Hardening Process Phenomena for Medium-Carbon Steel, *Archives of Metallurgy and Materials*, Vol. 52, No 2, 2007, pp. 337-346
- [7] Kolmogorov A., N., On the Statistical Theory of Crystallization of Metals [in Russian], *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Mat.*, No. 3, 1937, pp. 355-359.
- [8] Melander M. A., Computational and experimental investigation of induction and laser hardening. Linköping Studies in Science and Technology. Dissertation, 124, Linköping 1985.
- [9] Avrami M., Kinetics of phase change, *J. Chem. Physics*, I: 7, 1939, pp. 1103-1112, II: 8, 1940, pp. 212-224, III: 9, 1941 pp. 117-184.
- [10] Koistinen D. P., Marburger R. E., A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels, *Acta Metall.*, 7, 1959, pp. 59-60.