

Nieliniowy wieloharmoniczny polowo-obwodowy model maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym

Streszczenie. Artykuł prezentuje wyniki prac autora będących kontynuacją jego badań w dziedzinie wieloharmonicznych polowo-obwodowych modeli o sprzężeniu silnym dla maszyn indukcyjnych różnego typu. Zaprezentowany uprzednio model liniowy maszyny indukcyjnej z wirnikiem masywnym został poszerzony w celu uwzględnienia pominiętej wcześniej nieliniowości obwodu magnetycznego. Wyniki analizy czterech różnych maszyn porównano z wynikami obliczeń z wykorzystaniem klasycznych modeli sformułowanych w dziedzinie czasu i częstotliwości.

Abstract. The paper presents the results of the author's works being a continuation of his investigation in the field of the polyharmonic strongly-coupled field-circuit models of different induction machines. The previously presented linear model of an induction machine with a solid rotor has been extended here to take into account the ignored nonlinearity of the magnetic circuit. The results of the analysis for four different machines are compared with the results of computations carried out using the time-domain and time-harmonic models. (**Nonlinear polyharmonic field-circuit model of solid-rotor induction machine**).

Słowa kluczowe: wieloharmoniczne modele polowe, maszyna indukcyjna, transformacja poślizgu, metoda elementów skończonych.

Keywords: polyharmonic field models, induction machine, slip transformation technique, finite element method.

Wstęp

Maszyny indukcyjne, pomimo posiadania gorszych parametrów eksploatacyjnych od maszyn z magnesami trwałymi, są najczęściej wykorzystywanymi maszynami elektrycznymi w praktyce przemysłowej [1]. Powodem tego jest ich prosta konstrukcja i wynikająca z niej wysoka niezawodność oraz szerokie możliwości współpracy z nowoczesnymi przekształtnikami statycznymi [1]. Pomimo ugruntowanej wiedzy w dziedzinie modeli matematycznych maszyn indukcyjnych i zaawansowanego rozwoju systemów komputerowego wspomaganie projektowania w dalszym ciągu zasadnym pozostaje prowadzenie badań mających na celu zwiększenie dokładności odwzorowania zjawisk fizycznych zachodzących w przetwornikach, przy jednoczesnym zmniejszeniu kosztu obliczeniowego.

W kontekście zarysowanego powyżej zagadnienia, bardzo ciekawym podejściem jest koncepcja polowo-obwodowego modelu wieloharmonicznego zaprezentowana przez De Gersema i Hamayera dla jednofazowej maszyny indukcyjnej [2, 3]. Polega ona na utworzeniu makromodelu rozwiązywanego w dziedzinie częstotliwości łączącego poprzez sprzężenie silne model stojana oraz kilka modeli wirnika, z których każdy wzbudzany jest tylko jedną wybraną harmoniczną rozkładu pola magnetycznego w szczeliny powietrznej maszyny [2, 3]. Dodatkowo, dla każdego modelu wirnika przyjmowana jest jedna wartość poślizgu odniesiona do związanej z nim harmonicznej [2, 3]. Sprzężenie pomiędzy odpowiednimi modelami realizowane jest w wyniku zastosowania dyskretnej transformaty Fouriera oraz odpowiednich warunków brzegowych zapewniających zachowanie ciągłości składowej normalnej wektora indukcji magnetycznej oraz składowej stycznej wektora natężenia pola magnetycznego [2, 3]. Należy nadmienić, że opisane powyżej zagadnienie jest również przedmiotem badań innych autorów, których wyniki można znaleźć, między innymi, w pracach [4-8].

Zdaniem autora, opisana pokrótce koncepcja modelu wieloharmonicznego może być uzupełnieniem modeli monoharmonicznych stosowanych powszechnie we wstępnej analizie polowej maszyn indukcyjnych [8]. W celu potwierdzenia tego przypuszczenia autor rozpoczął realizację badań, których pierwsze wyniki zaprezentowano w pracy [9]. Przy ograniczeniu rozważań do bardzo prostego przypadku liniowego obejmującego trójfazową maszynę z jednorodnym wirnikiem masywnym, okazało się, że wieloharmoniczny model sformułowany w dziedzinie

częstotliwości pozwala na uzyskanie praktycznie takich samych wyników obliczeń strat mocy w wirniku wywołanych wyższymi harmonicznymi żłobkowymi jak ma to miejsce w przypadku wykorzystania modelu sformułowanego w dziedzinie czasu, lecz przy blisko dziewięćdziesiąt razy krótszym czasie obliczeń [9]. Fakt ten zachęcił autora do kontynuowania badań oraz rozbudowania opracowanego modelu w celu oceny możliwości uwzględnienia nieliniowych charakterystyk magnesowania, niejednorodnej budowy wirnika oraz różnego typu rozkładu uzwojenia.

W tym celu przeanalizowano cztery przypadki maszyn trójfazowych z wirnikami masywnymi, mianowicie, dwie różne wolnoobrotowe maszyny wyposażone w wirniki masywne o konstrukcji jednorodnej oraz jedną maszynę wysokoobrotową analizowaną z wirnikami o konstrukcji jednorodnej oraz niejednorodnej. Dla wymienionych przypadków opracowano klasyczne polowo-obwodowe modele sformułowane w dziedzinie czasu, w których ruch wirnika modelowano za pomocą metody elementów okształcalnych oraz modele monoharmoniczne sformułowane w dziedzinie częstotliwości. Następnie, dokonano wyboru harmonicznego rozkładu pola w szczeliny i opracowano nieliniowe wieloharmoniczne modele polowo-obwodowe badanych maszyn według koncepcji zaprezentowanej w [2, 3]. Wszystkie opracowane typy modeli wykorzystano do obliczeń charakterystyk eksploatacyjnych, których wyniki porównano. Dodatkowo przeprowadzono analizę napotkanych problemów oraz wskazano kierunki dalszych badań.

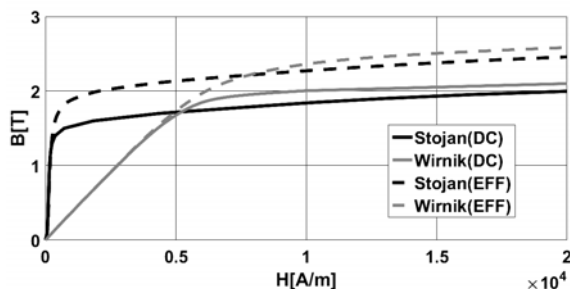
Opis konstrukcji analizowanych maszyn

Jak wspomniano we wstępie, badania, których wyniki opublikowano w niniejszej pracy, przeprowadzono dla czterech różnych konstrukcji maszyn indukcyjnych z wirnikami masywnymi. Pomimo ograniczonej przydatności tego typu przetwornika w praktycznych zastosowaniach, pozwala on na pogłębioną analizę wielu zjawisk fizycznych, takich jak chociażby indukowanie prądów wirowych w masywnych elementach ferromagnetycznych. Pierwsze z dwóch maszyn to wolnoobrotowe maszyny z wirnikami jednorodnymi bazujące na wykorzystaniu stojanów silników Sh 71-6B oraz Sh 90-8L produkcji Besel S. A. Trzeci i czwarty przypadek to wysokoobrotowa maszyna małej mocy opisana w [9] wyposażona w wirniki masywne o konstrukcji odpowiednio jednorodnej i z osiowymi nacięciami powierzchni. W dalszej części pracy wymienione

przypadki będą nazywane odpowiednio: MASZYNA 1(M1), MASZYNA 2(M2), MASZYNA 3(M3) i MASZYNA 4(M4). Parametry wymienionych maszyn zestawiono w tabeli 1. Dodatkowo przyjęto, że wirniki wykonano ze stali konstrukcyjnej, dla której założono konduktywność elektryczną $\gamma=5,2$ MS/m.

Tabela 1. Parametry maszyn analizowanych w pracy

Parametr	Symbol	Wartość			
		M1	M2	M3	M4
MASZYNA	nr	M1	M2	M3	M4
Liczba par biegunów	p	3	4	2	2
Liczba warstw uzwojenia	---	1	1	2	2
Liczba żłobków stojana	Q_s	36	36	24	24
Liczba cewek na fazę	Q_w	6	6	8	8
Liczba zwojów na cewkę	n_r	166	87	9	9
Liczba żłobków na biegun	q	2	1,5	2	2
Poskok	y	5	3,5	5	5
Rezystancja fazy uzwojenia	R_s	46,6 [Ω]	13,15 [Ω]	0,62 [Ω]	0,62 [Ω]
Indukcyjność rozproszenia fazy uzwojenia	L_s	26,5 [mH]	6,8 [mH]	0,098 [mH]	0,098 [mH]
Średnica wewnętrzna stojana	D_s	68 [mm]	78 [mm]	32 [mm]	32 [mm]
Średnica wirnika	D_r	66 [mm]	77 [mm]	31,5 [mm]	31,5 [mm]
Długość czynna stojana	l_z	56 [mm]	120 [mm]	32 [mm]	32 [mm]
Długość wirnika	l_r	56 [mm]	120 [mm]	54 [mm]	54 [mm]
Liczba nacięć osiowych	n_r	0	0	0	40
Szerokość nacięć osiowych	d	---	---	---	1,5 [mm]
Długość nacięć osiowych	l_R	---	---	---	40 [mm]
Głębokość nacięć osiowych	h	---	---	---	3 [mm]
Wartość skuteczna napięcia fazowego	E	200 [V]	250 [V]	50 [V]	50 [V]
Częstotliwość napięcia zasilającego	f	50 [Hz]	50 [Hz]	500 [Hz]	500 [Hz]



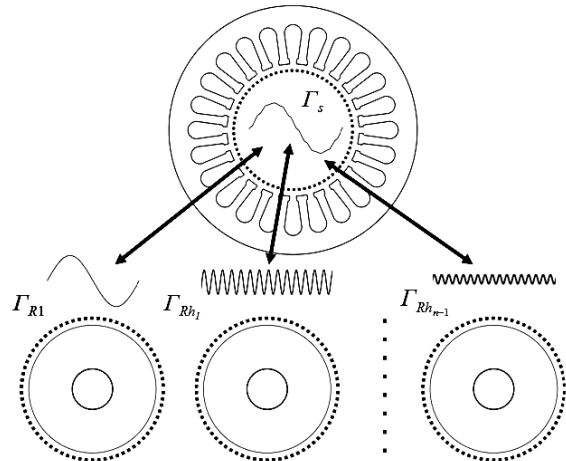
Rys.1. Charakterystyki magnesowania wykorzystane w obliczeniach.

Dla wszystkich badanych maszyn opracowano w języku skryptowym MATLAB® ich dwuwymiarowe nieliniowe-polowo obwodowe modele sformułowane w dziedzinie czasu i częstotliwości (modele monoharmoniczne). Efekty krańcowe w wirnikach masywnych uwzględniono poprzez współczynniki korekcyjne obliczone numerycznie [10]. W

celu uwzględnienia nieliniowości w modelach monoharmonicznych zastosowano metodę efektywnej przenikalności magnetycznej μ_{eff} określonej zależnością:

$$(1) \quad \mu_{eff} = \frac{4}{\pi H_m} \int_0^{\frac{\pi}{2}} H_m \mu_{DC} (H_m \sin \alpha) \sin \alpha d\alpha$$

gdzie H_m – amplituda natężenia pola magnetycznego, μ_{DC} – przenikalność magnetyczna stałoprądowa. Przyjęte w obliczeniach charakterystyki magnesowania dla obszarów ferromagnetycznych wraz z charakterystykami efektywnymi wyznaczonymi z zależności (1) pokazano na rysunku 1.



Rys. 2. Główna idea wieloharmonicznego modelu polowo-obwodowego.

Nieliniowy wieloharmoniczny model polowo-obwodowy

Proces tworzenia nieliniowego wieloharmonicznego modelu polowo-obwodowego] można przedstawić w postaci następujących etapów:

- 1) Wybierz n harmonicznych rozwinięcia przestrzennego rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej maszyny.
- 2) Utwórz w oparciu o metodę elementów skończonych $n+1$ niezależnych modeli nieliniowych, mianowicie, polowo-obwodowy model stojana i n modeli wirnika dla n branych pod uwagę harmonicznych rozkładu pola w szczelinie powietrznej maszyny. Każdy z tych modeli wzbudzany jest tylko jedną wybraną harmoniczną (rys. 2). Dla uproszczenia implementacji algorytmu obliczeniowego założono jednakową liczbę $n_r = 1440$ równooddalonych węzłów na wewnętrznym brzegach obszaru stojana Γ_s oraz zewnętrznych brzegach obszarów wirników Γ_{Ri} . Z formalnego punktu widzenia, prezentowany model opiera się na wykorzystaniu zasady superpozycji i jego wykorzystanie w obliczeniach nieliniowych może budzić wątpliwości. W niniejszej pracy założono jednak, że za nasycenie obszaru wirnika odpowiada w głównej mierze tylko podstawowa harmoniczna rozkładu przestrzennego pola. W związku z tym, w procesie rozwiązywania zagadnienia nieliniowego przyjęto, że w modelach wirnika skojarzonych z wyższymi harmonicznymi nasycenie obszarów ferromagnetycznych jest takie same jak w modelu skojarzonym z harmoniczną podstawową. Oczywiście, tego typu postępowanie jest źródłem błędów prezentowanej metody, podobnie jak uwzględnianie tylko kilku wybranych harmonicznych. Harmoniczne nieuwzględnione nasycają bowiem w większym stopniu obszar stojana, ponieważ brak sprzężenia z obszarami wirników jest równoznaczne z przyjęciem dla nich warunku brzegowego Neumanna.

3) Utwórz macierze F i W stanowiące dyskretne operatory realizujące transformację Fouriera oraz odwrotną transformację Fouriera:

$$(2) \quad F_{ij} = \left(e^{j \frac{2\pi}{n_r}} \right)^{-(i-1)(j-1)}$$

$$(3) \quad W_{ij} = \frac{1}{n_r} \left(e^{j \frac{2\pi}{n_r}} \right)^{(i-1)(j-1)}$$

4) Bazując na wykorzystaniu macierzy F i W utwórz pomocnicze macierze F_h i W_h umożliwiające realizację sprzężenia pomiędzy modelem stojana a modelem wirnika skojarzonym z h -tą harmoniczną (rys. 2):

$$(4) \quad \begin{cases} F_{hij} = F_{ij}, \text{ jeżeli } i = hp + 1 \text{ lub } i = n_r - hp + 1 \\ F_{hij} = 0, \text{ w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

$$(5) \quad \begin{cases} W_{hij} = W_{ij}, \text{ jeżeli } i = hp + 1 \text{ lub } i = n_r - hp + 1 \\ W_{hij} = 0, \text{ w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

5) Utwórz pomocnicze operatory macierzowe Q_s i Q_r umożliwiające wybór węzłów na krawędziach brzegowych Γ_s i Γ_{Rh} .

6) Wykorzystując utworzone operatory macierzowe oraz metodę mnożników Lagrange'a sformułuj blokowe równanie macierzowe opisujące cały układ dla pojedynczej iteracji algorytmu rozwiązującego zagadnienie nieliniowe:

$$(6) \quad \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & 0 \\ M_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ I \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ KE \\ 0 \end{bmatrix},$$

gdzie:

$$(7) \quad M_{12} = \begin{bmatrix} S_S & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_R + js_1 \omega G_R & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & S_R + js_{h1} \omega G_R & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & S_R + js_{hm} \omega G_R \end{bmatrix},$$

$$(8) \quad M_{12}^T = \begin{bmatrix} -D^T K^T & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$(9) \quad M_{13} = \begin{bmatrix} -Q_S^T W_1 F_1 & -Q_S^T W_{h1} F_{h1} & \dots & -Q_S^T W_{hn} F_{hn} \\ Q_R^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_R^T & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & Q_R^T \end{bmatrix},$$

$$(10) \quad M_{21} = [j\omega L_z K D \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0],$$

$$(11) \quad M_{22} = K (R + j\omega L) K^T,$$

$$(12) \quad M_{31} = M_{13}^T,$$

$$(13) \quad X_1^T = [\underline{\varphi}_S \quad \underline{\varphi}_{R1} \quad \underline{\varphi}_{Rh1} \quad \dots \quad \underline{\varphi}_{Rhn}],$$

$$(14) \quad X_3^T = [\underline{\lambda}_1 \quad \underline{\lambda}_{h1} \quad \dots \quad \underline{\lambda}_{hn}],$$

I – wektor zespolonych amplitud prądów oczkowych, K – macierz opisująca sposób połączenia uzwojenia stojana, E – wektor zespolonych amplitud napięć fazowych, S – macierze reluktywności utworzone w wyniku

dyskretyzacji obszarów obliczeniowych poszczególnych modeli za pomocą metody elementów skończonych, s_n – poślizg w odniesieniu do n -tej harmonicznej rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej maszyny, ω – pulsacja napięcia zasilającego, G – macierze konduktywności utworzone w wyniku dyskretyzacji obszarów obliczeniowych poszczególnych modeli za pomocą metody elementów skończonych, D – macierz opisująca sposób połączenia cewek uzwojenia otrzymana w wyniku dyskretyzacji obszaru stojana za pomocą metody elementów skończonych, R, L – macierze diagonalne z rezystancjami oraz indukcyjnościami rozproszenia uzwojenia stojana, $\underline{\varphi}$ – wektory z zespolonymi amplitudami wartości węzłowych magnetycznego potencjału wektorowego, $\underline{\lambda}$ – wektory mnożników Lagrange'a reprezentujące cyrkulacje wektora natężenia pola magnetycznego.

Rozwiązanie problemu nieliniowości zrealizowano za pomocą metody iteracji prostych przy wykorzystaniu efektywnych przenikalności magnetycznych (rys. 1). Podczas każdej iteracji obliczane są wartości przenikalności efektywnych we wszystkich elementach skończonych dyskretyzujących obszar stojana i wirnika skojarzonego z podstawową harmoniczną, a następnie, na ich podstawie uaktualniane są elementy macierzy S . Jak wspomniano wcześniej, założono, że za nasycenie wirnika odpowiada tylko podstawowa harmoniczna rozkładu pola w szczelinie, w związku z tym, elementy macierzy S obliczone dla modelu wirnika skojarzonego z podstawową harmoniczną są wykorzystywane w modelach wirników skojarzonych z wyższymi harmonicznymi. Dodatkowo, dla każdego z modeli wirnika przyjęto odpowiadającą mu wartość współczynnika efektu krańcowego.

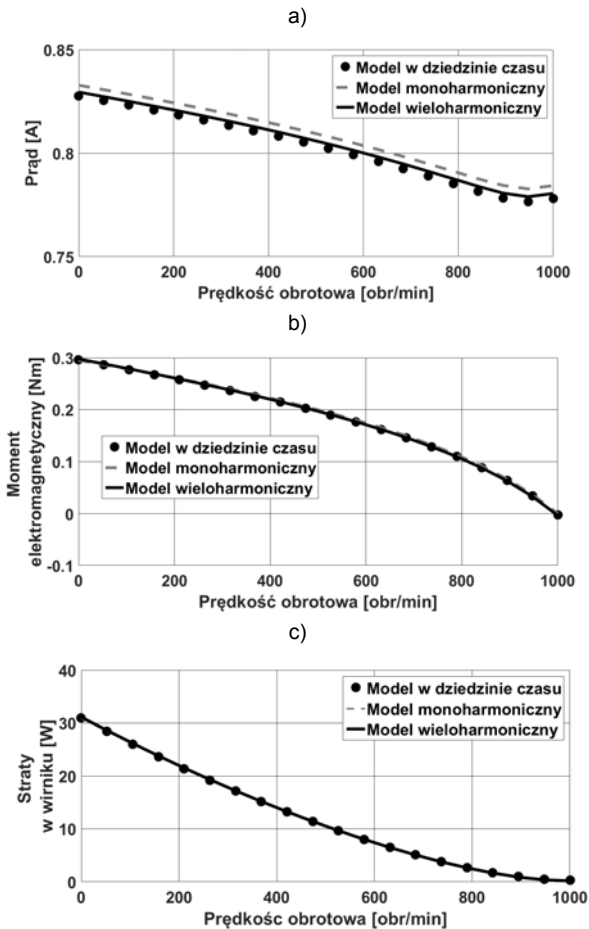
Obliczenia charakterystyk eksploatacyjnych

W celu oceny własności badanej koncepcji opracowano i zaimplementowano w języku Matlab® według metodologii zaprezentowanej w poprzednim podpunkcie nieliniowe wieloharmoniczne modele dla wszystkich rozpatrywanych czterech przypadków. Na wstępie należy zaznaczyć, że kluczową kwestią w formułowaniu tego typu modeli jest wybór liczby oraz rzędu uwzględnianych harmonicznymi. Na podstawie wstępnie przeprowadzonych badań stwierdzono, że liczba modeli wirnika zapewniająca relatywnie krótki czas rozwiązania nie powinna być większa od pięciu [9]. W związku z tym, oprócz harmonicznej podstawowej należy dla każdego z rozpatrywanych przypadków dokonać wyboru czterech pozostałych harmonicznymi branych pod uwagę. W niniejszej pracy autor przyjął zasadę, że dla każdego z rozpatrywanych modeli uwzględniane będą tylko wyższe harmoniczne permeacyjne o numerach związanych z liczbą żłobków stojana oraz liczbą par biegunów zależnością:

$$(15) \quad h_n = n \frac{Q_S}{p} + 1, \text{ dla } n = -2, -1, 1, 2.$$

W odniesieniu do analizowanych przypadków są to zatem harmoniczne -23, -11, 13, 25 dla MASZYN 1, 3 i 4 oraz -17, -8, 10, 19 dla MASZYN 2. Porównanie wyników obliczeń wybranych charakterystyk eksploatacyjnych za pomocą wszystkich opracowanych modeli pokazano na rysunkach 3-6. Na rysunku 7, z kolei, pokazano przykładowe rozkłady pola magnetycznego obliczone za pomocą opracowanego modelu wieloharmonicznego. Czas obliczeń na standardowym komputerze PC (zależny od poślizgu w związku z różnym stopniem nasycenia i różną liczbą iteracji koniecznych do uzyskania założonej dokładności) jednego punktu charakterystyki dla MASZYN 1 i MASZYN 3 przy pięćdziesięciu procentowym poślizgu

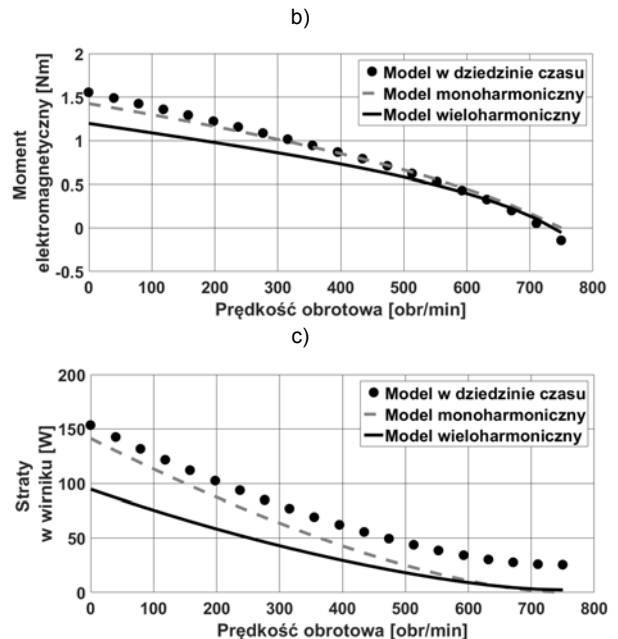
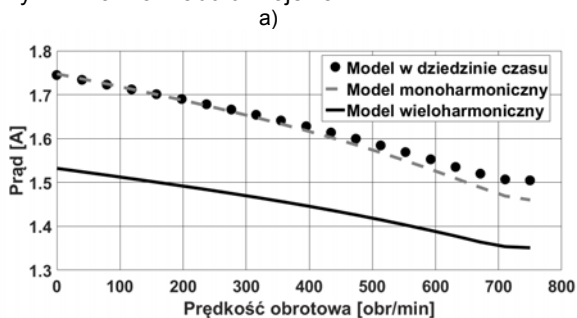
wynosi odpowiednio 1h 34 min oraz 2h 40min. Dla porównania, czas rozwiązywania modelu w dziedzinie czasu to 1h dla MASZYNY_1 oraz 11h i 30min dla MASZYNY_3).



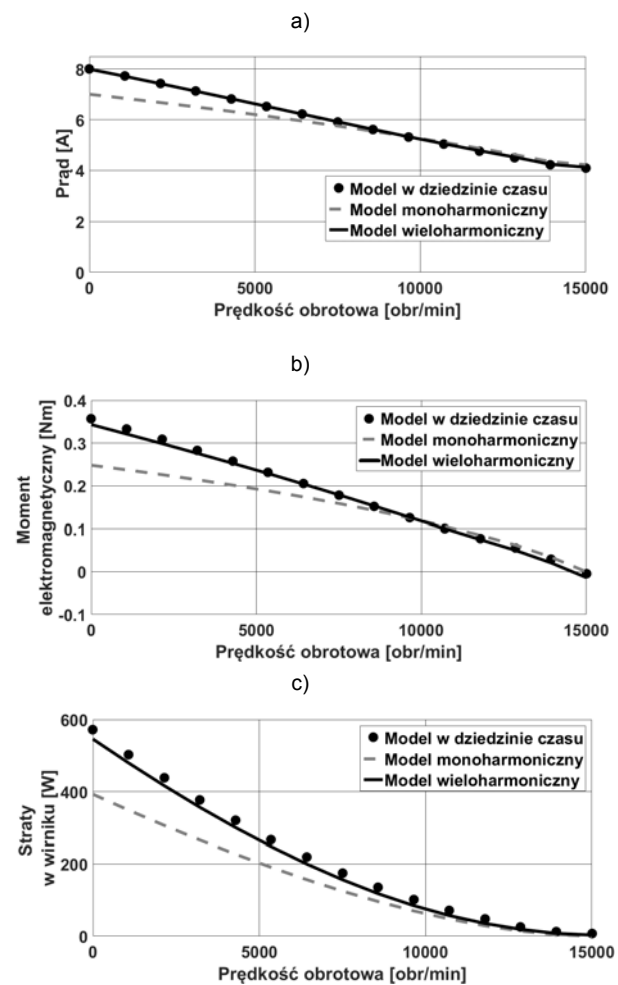
Rys. 3. Wyniki obliczeń wybranych parametrów eksploatacyjnych w funkcji prędkości obrotowej dla MASZYNY 1: a) wartość skuteczna prądu fazowego, b) wartość średnia momentu elektromagnetycznego, c) straty mocy w wirniku

Dyskusja otrzymanych wyników

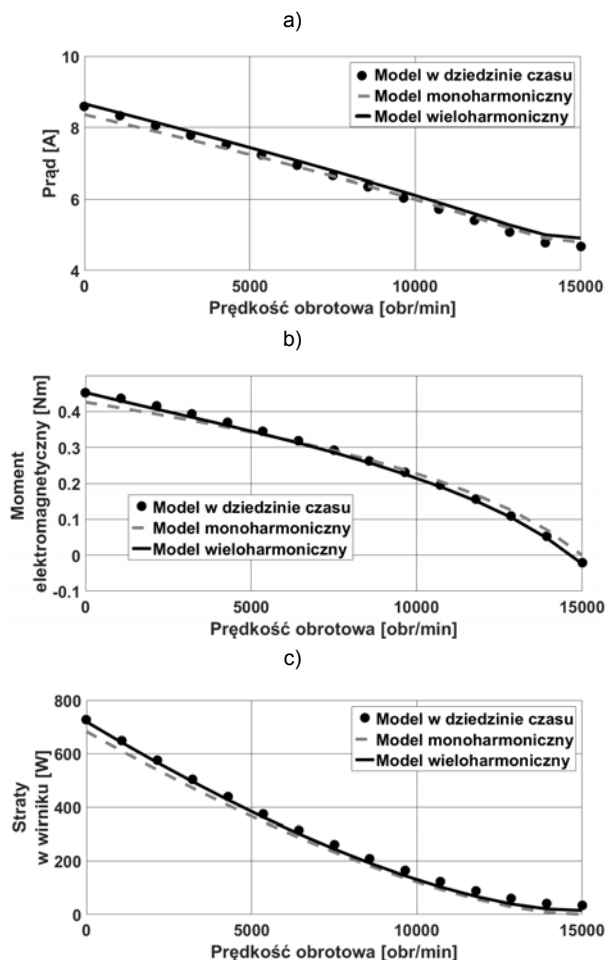
Analiza przedstawionych charakterystyk pozwala wyciągnąć podstawowy wniosek, że model wieloharmoniczny pozwolił na uzyskanie bardzo zbliżonych wyników w porównaniu do modelu sformułowanego w dziedzinie czasu w przypadku MASZYNY_1, MASZYNY_3 i MASZYNY_4. W przypadku MASZYNY_2 natomiast, obserwowane rozbieżności są bardzo duże. Zdaniem autora, główną przyczyną obserwowanych prawidłowości jest zgodność lub jej brak pomiędzy liczbą i rzędami uwzględnianych harmonicznych rozkładu pola w szczelinie powietrznej maszyny w odniesieniu do znaczących harmonicznych występujących w rozwinięciu. Wynikają one bowiem nie tylko z liczby żłobków stojana (w analizie wybrano tylko harmoniczne permeancyjne związane właśnie z tą liczbą), ale również z charakteru budowy wirnika i rozkładu uzwojenia.



Rys. 4. Wyniki obliczeń wybranych parametrów eksploatacyjnych w funkcji prędkości obrotowej dla MASZYNY 2: a) wartość skuteczna prądu fazowego, b) wartość średnia momentu elektromagnetycznego, c) straty mocy w wirniku



Rys. 5. Wyniki obliczeń wybranych parametrów eksploatacyjnych w funkcji prędkości obrotowej dla MASZYNY 3: a) wartość skuteczna prądu fazowego, b) wartość średnia momentu elektromagnetycznego, c) straty mocy w wirniku

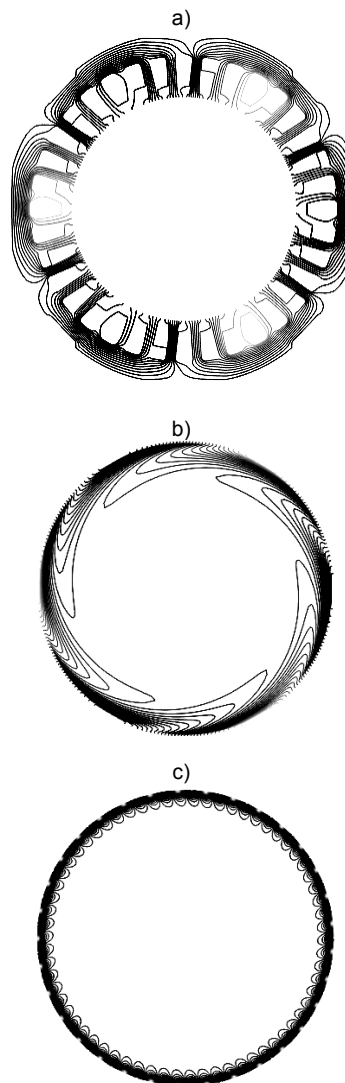


Rys. 6. Wyniki obliczeń wybranych parametrów eksploatacyjnych w funkcji prędkości obrotowej dla MASZINY 4: a) wartość skuteczna prądu fazowego, b) wartość średnia momentu elektromagnetycznego, c) straty mocy w wirniku.

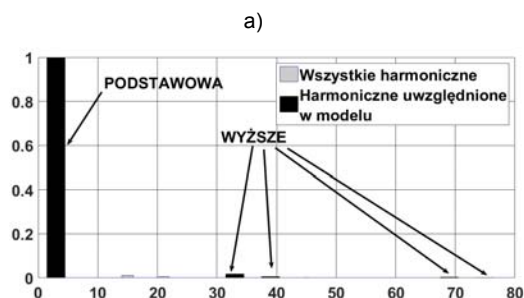
Dla potwierdzenia tego spostrzeżenia wykreślono dla wszystkich analizowanych przypadków wyniki analizy FFT rozkładu potencjału magnetycznego wzdłuż konturu przebiegającego w środku szczeliny powietrznej (rys.8). Jak można zauważyć, w przypadkach M1, M3 i M4, harmoniczne związane z liczbą żłobków stojana są dominującymi wyższymi harmonicznymi w rozwinięciu. W przypadku M2, ze względu na charakter rozkładu uzwojenia, w rozwinięciu pojawiają się dominujące sub- i interharmoniczne (w odniesieniu do liczby par biegunów), które nie są uwzględnione w modelu wieloharmonicznym. Koniecznym jest zatem przeprowadzenie dalszych badań mających na celu zdefiniowanie zakresu przypadków, gdzie zastosowanie modelu wieloharmonicznego jest poprawne i uzasadnione z punktu widzenia kosztu obliczeniowego, jak również możliwości uwzględnienia większej liczby harmonicznymi.

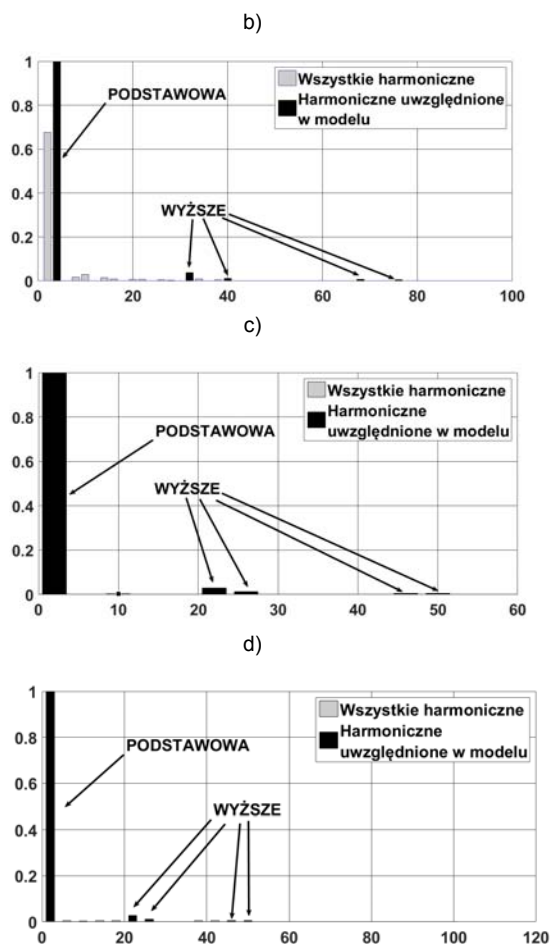
Z formalnego punktu widzenia, możliwym jest uwzględnienie dowolnej liczby i rzędów harmonicznymi występujących w rozwinięciu potencjału magnetycznego wzdłuż konturu w szczeliny powietrznej maszyny, jakkolwiek zwiększanie liczby modeli wirnika skutkuje gwałtownym wzrostem kosztu obliczeniowego. Związany jest on bowiem nie tylko z liczbą niewiadomych, ale przede wszystkim, z liczbą gęstych bloków w macierzy głównej układu wynikających z wykonywania macierzowych operacji Fouriera (iloczyn operatorów W i F). Przy dostatecznie dużych zasobach pamięci, drugi ze wspomnianych problemów można rozwiązać stosując opisaną przez autora w [9] metodę sprzęgania modeli tylko

poprzez co n -ty węzeł, która radykalnie obniża czas rozwiązania układu równań (6). Przeprowadzone obliczenia (tab.2) wykazały, że przy dostatecznie dużej liczbie węzłów na brzegach obszarów obliczeniowych modeli pominięcie części węzłów nie wpływa praktycznie na wyniki obliczeń, w sposób znaczący za to przyczynia się do redukcji kosztów obliczeń. Osobną kwestią jest jednak możliwość zastosowania tego podejścia w przypadku stosunkowo niewielkiej liczby węzłów na brzegach modeli oraz uwzględniania wyższych harmonicznymi przy stosunkowo dużej liczbie par biegunów związanych z harmoniczną podstawową.



Rys. 7. Rozkłady pola magnetycznego obliczone za pomocą modelu wieloharmonicznego dla MASZINY_1 przy posłizgu równym jedności: a) model stojana, b) model wirnika skojarzony z podstawową harmoniczną rozkładu pola w szczeliny powietrznej maszyny, c) model wirnika skojarzony z jedenastą harmoniczną rozkładu pola w szczeliny powietrznej maszyny.





Rys. 8. Amplitudy harmonicznych rozwinięcia magnetycznego potencjału wektorowego wzdłuż okręgu w środku szczeliny powietrznej odniesione do amplitudy harmonicznej podstawowej: a) MASZYNA_1, b) MASZYNA_2, c) MASZYNA_3, d) MASZYNA_4.

Tabela 2. Porównanie wyników i czasu obliczeń dla MASZYNY_3 przy różnej liczbie węzłów wykorzystywanych do sprzęgania modeli (A - wszystkie węzły, B - w każdym modelu wirnika tylko co drugi węzeł, C - model wirnika związany z harmoniczną podstawową sprzęgany z modelem stojana co czwarty węzeł, reszta modeli co drugi)

Warunki	Prąd [A]	Straty w wirniku [W]	Moment [Nm]	Czas rozwiązania [min]
A	5,922	156,669	0,179	160
B	5,918	156,456	0,179	4
C	5,915	156,157	0,179	1

Wnioski

Na podstawie analizy wyników przeprowadzonych badań stwierdzono, że istnieją przypadki, dla których zastosowanie nieliniowego wieloharmonicznego modelu polowo-obwodowego opartego na wykorzystaniu metody efektywnej przenikalności magnetycznej jest poprawne i uzasadnione. Pomimo stosunkowo skomplikowanej implementacji tego typu modelu, w pewnych przypadkach umożliwia on uzyskanie zbliżonych wyników jak ma to miejsce w przypadku zastosowania modelu sformułowanego w dziedzinie czasu, przy koszcie obliczeniowym porównywalnym z modelem

monoharmonicznym. Zaprezentowane w pracy wyniki wskazują tu jednoznacznie na maszyny wysokoobrotowe z relatywnie niską liczbą wyższych harmonicznych rozkładu pola magnetycznego w szczeliny powietrznej o rzędach będących całkowitymi wielokrotnościami liczby par biegunów. Dodatkowo, stwierdzono, że w tego typu przypadkach zaprezentowana w [9] koncepcja pomiaru części węzłów w procesie sprzęgania poszczególnych modeli również w przypadku uwzględnienia nieliniowości nie przyczynia się do utraty dokładności wyników obliczeń. Oczywiście, praca nawet w niewielkim stopniu nie wyczerpuje zagadnienia. Wskazują ona bowiem tylko i wyłącznie na zasadność dalszej kontynuacji badań celem rozszerzenia rozważań na maszyny z wirnikami klatkowymi oraz możliwości uwzględniania większej liczby harmonicznych. Dodatkowo, koniecznym jest przeprowadzenie szczegółowej analizy wpływu liczby uwzględnianych modeli wirnika oraz liczby węzłów uwzględnianych do ich sprzęgania z modelem stojana.

Praca powstała w wyniku realizacji działania naukowego nr 2017/01/X/ST7/00249 finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki w ramach konkursu MINIATURA 1.

Autor: Dr inż. Tomasz Garbiec, Politechnika Opolska, Instytut Systemów Napędowych i Robotyki, ul. Prószkowska 76, 45-758 Opole, E-mail: t.garbiec@po.opole.pl.

LITERATURA

- [1] Przyborowski W., Kamiński G., Maszyny Elektryczne, *Oficina Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*, Warszawa, 2014
- [2] De Gerssem H., Hamayer K., Air-Gap Flux Splitting for the Time-Harmonic Finite-Element Simulation of Single-Phase Induction Machines, *IEEE Transaction on Magnetics*, 38 (2002), n. 2, 1221-1224
- [3] De Gerssem H., Belmans R. J. M., Hamayer K., Motional Time-Harmonic Simulation of Slotted Single-Phase Induction Machines, *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 17 (2002), n. 3, 313-318
- [4] Räsänen V., Air Gap Fields in Electrical Machines: Harmonics and Modeling of Movement, *Ph. D. Diss., Acta Universitatis Tampereen*, n. 1281, Tampere, 2015
- [5] Räsänen V., Suuriniemi S., Kurz S., Kettunen L., Rapid Computation of Harmonic Eddy-Current Losses in High-Speed Solid-Rotor Induction Machines, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 28 (2013), n. 3, 782-790
- [6] Räsänen V., Suuriniemi S., Kettunen L.: Generalized Slip Transformations and Air-Gap Harmonics in Field Models of Electrical Machines, *IEEE Transactions on Magnetics*, 52 (2016), n. 9, Article Sequence Number 8107708.
- [7] Ouazir Y., Takorabet N., Ibtiouen R., Touhami O., Mezani S., Consideration of space harmonics in complex finite element analysis of induction motors with an air-gap interface coupling, *IEEE Transactions on Magnetics*, 42 (2006), n. 4, 1279-1282
- [8] Mezani S., Laporte B., Takorabet N., Saturation and space harmonics in the complex finite element computation of induction motors, *IEEE Transactions on Magnetics*, 41 (2005), n. 5, 1460-1463
- [9] Garbiec T., Polyharmonic strongly coupled field-circuit model of solid-rotor induction machine, *Proc. of International Symposium of Electrical Machines*, 18-21 June 2017, Naleczow, Poland, INSPEC Accession Number: 17064574
- [10] Jagiela M., Garbiec T., Obliczenia rozkładu gęstości prądów wirowych w układach trójwymiarowych - zastosowanie opisu form geometrycznych elementu skończonego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 02/2011, 1-4.