

doi:10.15199/48.2018.08.29

Analityczne wyznaczanie temperatury w jednobiegunowym torze wieloprądowym

Streszczenie. W pracy przedstawiono matematyczny aparat analitycznego wyznaczania temperatury w jednobiegunowym torze wieloprądowym. W obliczeniach uwzględniono zjawisko naskórkowości oraz zbliżenia. Parametry elektrodynamiczne i termiczne torów wieloprądowych wyznaczane są zazwyczaj metodami numerycznymi jednakże to metody analityczne pozwalają wyprowadzić proste zależności wspomagające projektowanie tego typu urządzeń.

Abstract. This paper presents an analytical method for determining the temperature in the single-pole high-current busduct. The mathematical model takes into account the skin and the proximity effects. The temperature of the high-current busducts are usually calculated numerically with the use of a computer. However, the analytical calculation of the temperature is preferable, because it results in a mathematical expression for showing its dependences on various parameters of the busduct. (**Analytical calculations of the temperature in the single-pole high-current busduct.**)

Słowa kluczowe: temperatura, straty mocy, tory wieloprądowe.

Keywords: temperature, power losses, high-current busducts,

Wstęp

Przesyłanie energii elektrycznej na duże odległości odbywało się dotychczas i nadal będzie się odbywać liniami napowietrznymi wysokich lub najwyższych napięć, gdyż do tej pory jest to sposób najbardziej ekonomiczny. Jednak wzrost mocy linii przesyłowych i duże wymagania w zakresie niezawodności ich pracy, a także trudności w pozyskaniu terenu dla linii napowietrznych oraz wymagania ochrony środowiska, szczególnie w dużych aglomeracjach miejskich i przemysłowych, zmuszają do poszukiwania nowych rozwiązań urządzeń do przesyłu energii elektrycznej. W energetyce światowej podstawowym kierunkiem działania w tym zakresie są małogabarytowe, o wysokiej niezawodności i ograniczonym działaniu na środowisko, tory wieloprądowe różnej konstrukcji [1-13].

Do zbadania skutków oddziaływań elektromagnetycznych, takich jak: straty mocy, naprężenia elektryczne czy nagrzewanie się konstrukcji torów, niezbędny jest odpowiedni dobór metody obliczania rozkładu pola elektromagnetycznego. Matematyczna analiza zjawisk elektromagnetycznych w torach wieloprądowych jest zazwyczaj skomplikowana. Jeśli jednak geometria toru wieloprądowego umożliwia wykorzystanie pewnych symetrii toru i sprowadzenia zagadnienia trójwymiarowego do analizy dwuwymiarowej, to obliczenia polowe takich torów możemy dokonać metodami analitycznymi. Wybór metody obliczeń jest uzależniony od wielu czynników, a przede wszystkim od możliwości dokładnego ujęcia problemu (sformułowanie równań i określenie warunków brzegowych) [1-14].

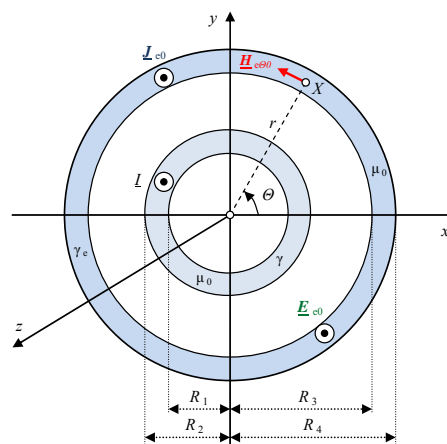
Przewody fazowe i osłony współcześnie produkowanych osłoniętych torów wieloprądowych o dużych mocach znamionowych są przewodami rurowymi. Symetria obrotowa tych przewodów umożliwia analityczne wyznaczanie parametrów elektrodynamicznych, rozkładów pola elektrycznego, magnetycznego i gęstości prądów oraz impedancji własnych i wzajemnych z wykorzystaniem metod analitycznego rozwiązywania równań różniczkowych [1-14].

Przepływ prądu przemiennego w torach wieloprądowych wywołuje efekty natury elektromagnetycznej, termicznej i dynamicznej. Podstawę do analizy zjawisk dynamicznych i termicznych stanowi informacja o rozkładzie pola elektromagnetycznego i stratach mocy. Poprawne określenie parametrów elektrodynamicznych ma duże znaczenie praktyczne. Znajomość strat mocy spowodowanych przez indukowane

prądy wirowe jest szczególnie istotna wówczas gdy straty te stanowią znaczną część całkowitych strat mocy w analizowanej konstrukcji. Sumaryczne straty energii wpływają na podstawowy parametr konstrukcyjny jakim jest temperatura pracy urządzenia [1-14].

Przekroje przewodów fazowych torów wieloprądowych są zazwyczaj duże dlatego przy wyznaczaniu parametrów elektrodynamicznych nawet dla częstotliwości przemysłowej należy uwzględnić zjawisko naskórkowości oraz zbliżenia [1, 2, 12, 13].

Celem niniejszej pracy jest analityczne wyznaczenie temperatury w rurowym ekranowanym jednofazowym torze wieloprądowym przedstawionym na rysunku 1.



Rys. 1. Rurowy przewód fazowy ekranowany współosiową przewodzącą izolowaną rurową osłoną

Ustalona wymiana ciepła

Rozpatrzmy jednobiegunowy tor wieloprądowy o długości l składający się z ekranu rurowego o promieniu wewnętrznym R_3 i zewnętrznym R_4 , o konduktywności γ_c oraz z przewodu fazowego o promieniu wewnętrznym R_1 i zewnętrznym R_2 oraz konduktywności γ z prądem sinusoidalnym o skutecznej wartości zespolonej \underline{I} - rys. 1.

W stanie ustalonym ciepło generowane w jednobiegunowym torze wieloprądowym spełnia równania [7, 8, 11].

$$(1) \quad P = Q_C + Q_R$$

$$(2) \quad P + P_e = Q_{eC} + Q_{eR}$$

przy czym P i P_e są odpowiednio stratami mocy w przewodzie fazowym i ekranie w [W/m], Q_C i Q_{eC} jest strumieniem ciepła przekazywanym w wyniku konwekcji odpowiednio przewodu fazowego i ekranu, natomiast Q_R i Q_{eR} strumieniem ciepła przekazywanym w wyniku radiacji odpowiednio przewodu fazowego i ekranu.

W przypadku przewodu fazowego strumienie ciepła są określane ze wzorów [7, 15]

$$(3) \quad Q_C = \frac{T - T_o}{\frac{1}{2\pi\alpha R_2} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{R_3}{R_2} + \frac{1}{2\pi\alpha R_3}}$$

$$(4) \quad Q_R = 2\sigma_o \varepsilon_n \pi R_2 \left(\left(\frac{T}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 \right)$$

przy czym T i T_e jest odpowiednio temperaturą przewodu fazowego i ekranu, T_o oznacza temperaturę otoczenia,

$$\sigma_o = 5,67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \right]$$

jest stałą promieniowania ciała doskonale czarnego lub stałą Stefana-Boltzmana, natomiast emisyjność ε_n dla układu Christiansena określona jest wzorem [7, 15, 16]

$$(5) \quad \varepsilon_n = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{R_2}{R_3} \left(\frac{1}{\varepsilon_e} - 1 \right)}$$

gdzie ε jest emisyjnością przewodu fazowego, zaś ε_e jest emisyjnością ekranu.

Dla ekranu strumienie ciepła można wyznaczyć ze wzorów [7]

$$(6) \quad Q_{eC} = 2\pi\alpha_e R_4 (T_e - T_o)$$

$$(7) \quad Q_{eR} = 2\sigma_o \varepsilon_e \pi R_4 \left(\left(\frac{T_e}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_o}{100} \right)^4 \right)$$

Występujące we wzorach (3) i (6) α i α_e są odpowiednio współczynnikami oddawania ciepła przewodu fazowego i ekranu, natomiast λ jest przewodnością cieplną przewodu fazowego.

W przypadku jednobiegunowego toru wieloprądowego przedstawionego na rysunku 1, moc wydzielana w przewodzie fazowym określona jest wzorem [12, 13]

$$(8) \quad P = \frac{\Gamma I I_1^2}{4\pi\gamma R_2} \frac{a}{\underline{b} \underline{b}^*}$$

gdzie

$$(8a) \quad \underline{b} = I_1(\underline{\Gamma} R_2) K_1(\underline{\Gamma} R_1) - I_1(\underline{\Gamma} R_1) K_1(\underline{\Gamma} R_2)$$

$$(8b) \quad \underline{b}^* = I_1^*(\underline{\Gamma} R_2) K_1^*(\underline{\Gamma} R_1) - I_1^*(\underline{\Gamma} R_1) K_1^*(\underline{\Gamma} R_2)$$

$$(8c) \quad \begin{aligned} a = & K_1(\underline{\Gamma} R_1) K_1^*(\underline{\Gamma} R_1) \times \\ & [I_0(\underline{\Gamma} R_2) I_1^*(\underline{\Gamma} R_2) - j I_1(\underline{\Gamma} R_2) I_0^*(\underline{\Gamma} R_2)] \\ & - I_1(\underline{\Gamma} R_1) I_1^*(\underline{\Gamma} R_1) \times \\ & [K_0(\underline{\Gamma} R_2) K_1^*(\underline{\Gamma} R_2) - j K_1(\underline{\Gamma} R_2) K_0^*(\underline{\Gamma} R_2)] \\ & + I_1(\underline{\Gamma} R_1) K_1^*(\underline{\Gamma} R_1) \times \\ & [K_0(\underline{\Gamma} R_2) I_1^*(\underline{\Gamma} R_2) + j K_1(\underline{\Gamma} R_2) I_0^*(\underline{\Gamma} R_2)] \\ & - K_1(\underline{\Gamma} R_1) I_1^*(\underline{\Gamma} R_1) \times \\ & [I_0(\underline{\Gamma} R_2) K_1^*(\underline{\Gamma} R_2) + j I_1(\underline{\Gamma} R_2) K_0^*(\underline{\Gamma} R_2)] \end{aligned}$$

przy czym funkcje $I_0(\underline{\Gamma} r)$, $K_0(\underline{\Gamma} r)$, $I_1(\underline{\Gamma} R_1)$, $K_1(\underline{\Gamma} R_1)$ oraz $I_1(\underline{\Gamma} R_2)$, $K_1(\underline{\Gamma} R_2)$ są zmodyfikowanymi funkcjami Bessela odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju, zerowego oraz pierwszego rzędu [12, 13], natomiast $\underline{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu_0\gamma}$ oznacza zespoloną stałą propagacji, ω jest pulsacją, γ oznacza konduktywność przewodu, a μ_0 przenikalność magnetyczną próżni.

Natomiast moc czynna wydzielana w ekranie jednobiegunowego toru wieloprądowego przedstawionego na rysunku 1 jest określona wzorem [12]

$$(9) \quad P_e = \frac{\underline{\Gamma}_e^* I I^2}{4\pi\gamma_e \beta_e^2 R_4} \frac{a_0}{\underline{d}_0 \underline{d}_0^*}$$

przy czym

$$(9a) \quad \begin{aligned} a_0 = & \underline{b}_0 \underline{b}_0^* \left\{ I_0^*(\underline{\Gamma}_e R_4) I_1(\underline{\Gamma}_e R_4) + j I_0(\underline{\Gamma}_e R_4) I_1^*(\underline{\Gamma}_e R_4) - \right. \\ & \left. - \beta_e [I_0^*(\underline{\Gamma}_e R_3) I_1(\underline{\Gamma}_e R_3) + j I_0(\underline{\Gamma}_e R_3) I_1^*(\underline{\Gamma}_e R_3)] \right\} - \\ & - \underline{c}_0 \underline{c}_0^* \left\{ K_0^*(\underline{\Gamma}_e R_4) K_1(\underline{\Gamma}_e R_4) + j K_0(\underline{\Gamma}_e R_4) K_1^*(\underline{\Gamma}_e R_4) - \right. \\ & \left. - \beta_e [K_0^*(\underline{\Gamma}_e R_3) K_1(\underline{\Gamma}_e R_3) + j K_0(\underline{\Gamma}_e R_3) K_1^*(\underline{\Gamma}_e R_3)] \right\} - \\ & - \underline{c}_0 \underline{b}_0^* \left\{ I_0^*(\underline{\Gamma}_e R_4) K_1(\underline{\Gamma}_e R_4) - j K_0(\underline{\Gamma}_e R_4) I_1^*(\underline{\Gamma}_e R_4) - \right. \\ & \left. - \beta_e [I_0^*(\underline{\Gamma}_e R_3) K_1(\underline{\Gamma}_e R_3) - j K_0(\underline{\Gamma}_e R_3) I_1^*(\underline{\Gamma}_e R_3)] \right\} + \\ & + \underline{b}_0 \underline{c}_0^* \left\{ I_1(\underline{\Gamma}_e R_4) K_0^*(\underline{\Gamma}_e R_4) - j I_0(\underline{\Gamma}_e R_4) K_1^*(\underline{\Gamma}_e R_4) - \right. \\ & \left. - \beta_e [I_1(\underline{\Gamma}_e R_3) K_0^*(\underline{\Gamma}_e R_3) - j I_0(\underline{\Gamma}_e R_3) K_1^*(\underline{\Gamma}_e R_3)] \right\} \end{aligned}$$

oraz

$$(9b) \quad \underline{b}_0 = \beta_e K_1(\underline{\Gamma}_e R_3) - K_1(\underline{\Gamma}_e R_4)$$

$$(9c) \quad \underline{c}_0 = \beta_e I_1(\underline{\Gamma}_e R_3) - I_1(\underline{\Gamma}_e R_4)$$

$$(9d) \quad \underline{d}_0 = I_1(\underline{\Gamma}_e R_4) K_1(\underline{\Gamma}_e R_3) - I_1(\underline{\Gamma}_e R_3) K_1(\underline{\Gamma}_e R_4)$$

$$(9e) \quad \beta_e = \frac{R_3}{R_4} \text{ przy czym } (0 \leq \beta_e \leq 1)$$

Wielkości \underline{b}_0^* , \underline{c}_0^* , \underline{d}_0^* są sprzężonymi wartościami odpowiednio \underline{b}_0 , \underline{c}_0 oraz \underline{d}_0 , natomiast $\underline{\Gamma}_e$ oznacza zespolony współczynnik propagacji fali elektromagnetycznej w ekranie.

Korzystając z równań (8) i (9) możemy wyznaczyć straty mocy w przewodzie fazowym i ekranie. Następnie podstawiając do równań (1) i (2) równania (3), (4), (6) i (7) możemy wyznaczyć temperaturę przewodu fazowego T oraz ekranu T_e szynoprzewodu.

Podczas obliczania temperatury należy również uwzględnić zmiany przewodności cieplnej λ oraz konduktywności γ wraz ze wzrostem temperatury. Zmiany przewodności cieplnej wraz ze wzrostem temperatury można odczytać z tablic, natomiast konduktywność zmienia się według zależności [16]:

$$(10) \quad \gamma = \frac{\gamma_{20}}{1 + k(T - 20)}$$

gdzie k jest temperaturowym współczynnikiem rezystywności, natomiast γ_{20} oznacza konduktywność w temperaturze 20°C.

Współczynniki przejmowania ciepła

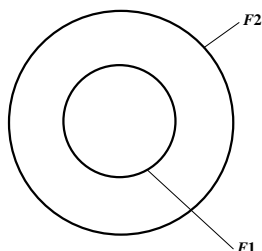
W obliczeniach cieplnych opartych o rozwiązywanie równania przewodnictwa cieplnego z wykorzystaniem warunku brzegowego opisanego prawem Newtona istotną trudność stanowi obliczenie współczynników konwekcyjnego i radiacyjnego przejmowania ciepła.

Jeżeli wymiana ciepła drogą radiacji następuje między dwiema powierzchniami F_1 i F_2 to w sposób ogólny współczynnik wymiany radiacyjnej między F_1 i F_2 można zapisać jako [15, 16]:

$$(11) \quad \alpha_r = \varphi_{F_1, F_2} \cdot \sigma_0 \cdot \frac{T_{F_1}^4 - T_{F_2}^4}{T_{F_1} - T_{F_2}}$$

gdzie φ_{F_1, F_2} jest współczynnikiem konfiguracji powierzchni F_1 i F_2 ciał szarych.

Współczynnik konfiguracji powierzchni zależy od wzajemnego usytuowania i kształtu powierzchni. Jako jeden z typowych, szczególnych przypadków można rozpatrzeć takie wzajemne usytuowanie powierzchni, gdy powierzchnia F_2 otacza powierzchnię F_1 , tak jak to przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Wzajemne usytuowanie powierzchni F_1 i F_2

Dla przypadku przedstawionego na rysunku 2 współczynnik konfiguracji powierzchni φ_{F_1, F_2} zależy od wielkości rozważanych powierzchni i ich współczynników emisyjności, według zależności [15]:

$$(12) \quad \varphi_{F_1, F_2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

gdzie: F_1 – pole powierzchni pobocznic walca wewnętrznego, F_2 – pole powierzchni pobocznic walca zewnętrznego, ε_1 – współczynnik emisyjności dla powierzchni F_1 , ε_2 – współczynnik emisyjności dla powierzchni F_2 .

W przypadku konwekcji swobodnej współczynnik przejmowania ciepła α_k wyznaczany jest z równań określających liczbę Nusselta, przy czym liczba Nusselta jest funkcją liczb Prandtla oraz Grasshofa.

Liczba Prandtla określona jest wzorem [15-17]:

$$(13) \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda}$$

gdzie: ν – lepkość kinematyczna płynu w $[\text{m}^2/\text{s}]$, a – dyfuzyjność cieplna płynu w $[\text{m}^2/\text{s}]$, η – lepkość dynamiczna płynu, $\eta = \rho \cdot \nu$, w $[\text{Pa} \cdot \text{s}]$, ρ – gęstość płynu w $[\text{kg}/\text{m}^3]$, c_p – ciepło właściwe płynu przy stałym ciśnieniu, w $[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$, λ – przewodność cieplna płynu w $[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$.

Liczba Grasshofa można wyznaczyć ze wzoru [15-17]:

$$(14) \quad \text{Gr} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot l^3}{\nu^2}$$

gdzie: g – przyspieszenie w polu sił potencjalnych, w $[\text{m}/\text{s}^2]$, (w ziemskim polu grawitacyjnym $g = 9,81 \text{ m}/\text{s}^2$), l – wymiar charakterystyczny dla geometrii układu, w $[\text{m}]$, $\Delta T = T_S - T_O$ – różnica temperatury płynu i temperatury powierzchni, w $[\text{K}]$,

$$\beta = \frac{1}{T + 273} \text{ – współczynnik rozszerzalności cieplnej, w } [1/\text{K}].$$

Iloczyn liczb Prandtla oraz Grasshofa nazywany jest kryterium Rayleigha [15-17]:

$$(15) \quad \text{Ra} = \text{Pr} \cdot \text{Gr} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot l^3}{a \cdot \nu}$$

Przypadek konwekcji swobodnej występującej w torach wieloprądowych można opisać równaniem znanym w literaturze pod nazwą wzoru Michiejewa, określonym następująco [15-17]:

$$(16) \quad \text{Nu}_m = C \cdot \text{Ra}_m^n$$

przy czym Nu oznacza liczbę Nusselta i wynosi [15-17]

$$(17) \quad \text{Nu} = \frac{\alpha_k \cdot l}{\lambda}$$

natomiast stała C oraz wykładnik potęgi n zależą przede wszystkim od charakteru przepływu i są określane z tablic. Jeżeli konwekcja zachodzi wokół kul i cylindrów poziomych wówczas liniowy wymiar charakterystyczny występujący w liczbie Nusselta i Grasshofa przyjmuje wartość średnicy zewnętrznej $l = D_z$. Ponadto indeks m przy liczbach kryterialnych Nu i Ra oznacza, że wielkości fizyczne wstawiane do tych liczb, są wyznaczane dla temperatury równej średniej arytmetycznej temperatur: płynu T_O w dużej odległości od powierzchni i temperatury powierzchni przegrody T_S , $T_m = 0,5 \cdot (T_S + T_O)$ [15, 16].

Przykład obliczeniowy

W celu weryfikacji przedstawionych wzorów wyznaczmy temperaturę w jednofazowym torze wieloprądowym typu HOIO-24/2, produkowanym przez firmę Holduct w Mysłowicach [18]. W obliczeniach przyjęto następujące wartości:

- prąd znamionowy $I_N = 2 \text{ kA}$,
- promień wewnętrzny i zewnętrzny przewodu fazowego: $R_1 = 0.03 \text{ m}$ i $R_2 = 0.04 \text{ m}$,
- promień wewnętrzny i zewnętrzny ekranu: $R_3 = 0.277 \text{ m}$ i $R_4 = 0.280 \text{ m}$,
- konduktywność przewodu fazowego i ekranu $\gamma_{20} = 35 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$,
- temperatura otoczenia $T_O = 20^\circ \text{C}$,
- emisyjność przewodu fazowego i ekranu $\varepsilon = 0.95$,
- przewodność cieplna przewodu fazowego i ekranu $\lambda = 200 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$,
- wielkości takie jak lepkość, dyfuzyjność oraz inne parametry występujące w liczbach Prandtla oraz Grasshofa odczytano z tablic, przy czym uwzględniono zmiany tych parametrów wraz z temperaturą.

Z obliczeń otrzymano następujące wartości:

— współczynnik radiacji i konwekcji przewodu fazowego

$$\alpha_{KR} = \alpha_K + \alpha_R = 6.87 \frac{W}{m^2K},$$

— współczynnik radiacji i konwekcji ekranu

$$\alpha_{KR} = \alpha_K + \alpha_R = 5.05 \frac{W}{m^2K},$$

— moc czynna wydzielana w przewodzie fazowym

$$P = 60.05 \frac{W}{m},$$

— moc czynna wydzielana w ekranie $P_e = 0.05 \frac{W}{m}$,

— temperatura przewodu fazowego $T \cong 60^\circ C$,

— temperatura ekranu $T_e \cong 27^\circ C$.

Podsumowanie

Rynek urządzeń elektroenergetycznych wymaga aby projektowanie szynoprzewodów było tanie i szybkie, a sam szynoprzewód spełniał nie tylko wymagania technologiczne ale był energooszczędny, prosty w konstrukcji i eksploatacji. Ryzyko popełnienia błędów konstrukcyjnych i technologicznych jest znaczne w szczególności dla przypadków rozwiązań nietypowych i jednostkowych. Dla ograniczenia błędów projektanci powinni dysponować pakietami wspomaganie komputerowego projektowania o szerokich możliwościach użytkowych. Na rynku istnieje szeroka gama programów komercyjnych służących do analizy pól sprzężonych. Podstawową wadą symulacji numerycznej jest fakt, że w jej wyniku uzyskujemy konkretny rezultat. Jeśli nie spełnia założonych oczekiwań, należy symulację wykonać jeszcze raz. Zdarza się że otrzymanie akceptowalnego rozwiązania wymaga czasu i cierpliwości, a przede wszystkim ogromnego doświadczenia.

Zastosowanie metod numerycznych pozwala na uzyskiwanie coraz to dokładniejszych wyników, ale niestety dla konkretnego, jednostkowego przypadku. Odejście od analitycznych metod obliczeniowych i przejście do metod numerycznych spowodowało, że bardzo trudno jest uzyskać uogólnienia wyników, wyprowadzić proste zależności wspomagające projektowanie określonych urządzeń.

Przedstawiony w pracy matematyczny aparat pozwala w dosyć prosty sposób określić temperaturę osiąganą przez jednobiegunowy tor wieloprowodowy. Możliwe jest zatem szybkie sprawdzenie czy nowoprojektowany szynoprzewód spełnia wymagania temperaturowe określone przez zamawiającego lub Polską Normę.

Proponowaną w pracy metodę obliczania temperatury należy skonfrontować z metodami numerycznymi oraz z pomiarami, co może być inspiracją do powstania kolejnych prac z tej tematyki.

Autor: dr inż. Tomasz Szczegielniak, Politechnika Częstochowska, Instytut Inżynierii Środowiska, ul. Brzeźnicka 60a, 42-200 Częstochowa, E-mail: szczegielniak@interia.pl

LITERATURA

- [1] Nawrowski R., Tory wieloprowodowe izolowane powietrzem lub SF₆, Wyd. Pol. Poznańskiej, Poznań 1998.
- [2] Piątek Z., Impedances of high-current busducts. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2008.
- [3] Koch H., Gas-Insulated Transmission Lines, John Wiley&Sons, 2012.
- [4] Bednarek K., Nawrowski R., Tomczewski A., Analiza rozkładu pola elektrycznego w optymalizacji trójfazowych torów wieloprowodowych pracujących w układzie płaskim, *Przegląd Elektrotechniczny*, 82 (2006), nr 12, 49-52.
- [5] Bednarek K., Nawrowski R., Tomczewski A., Trójfazowe tory wieloprowodowe złożone z przewodów rurowych w indywidualnych osłonach, *Przegląd Elektrotechniczny*, 84 (2008), nr 1, 62-64.
- [6] Jajczyk J., Kasprzyk L., The Use of Coupled Temperature and Electromagnetic Fields in Optimization Problems, Proceedings of the 6th IASME/WSEAS International Conference on Heat Transfer, Thermal Engineering and Environment (HTE'08), Rhodes, Greece, pp: 226-231, 2008.
- [7] Ho L. S., Li Y., Edward W. C. Lo, Xu J. Y., Lin X., Analyses of the Three-Dimensional Eddy Current Field and Thermal Problems in an Isolated Phase Bus, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.39, No. 3, May 2003.
- [8] Ho L., Li Y., Lin X., Edward W. C. Lo, Cheng K. W. E., Wong K. F., Calculations of Eddy Current, Fluid and Thermal Fields in an Air Insulated Bus Duct System, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 4, April 2007.
- [9] Kim H. K., Oh Y. H., Lee S. H., Calculation of the Temperature Rise in the Gas Insulated Busbar by Coupled Magneto-Thermal-Fluid Analysis, *Journal of Electrical Engineering & Technology*, Vol. 4, No. 4, pp. 510-514, 2009.
- [10] Kim J. K., Hahn S. Ch., Park K. Y., Kim H. K., Oh Y. H., Temperature Rise Prediction of EHV GIS Bus Bar by Coupled Magnetothermal Finite Element Method, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 41, No. 5, pp 1636-1639, May 2005.
- [11] Sun G., Jin X., Xie Z., Analytical Calculation of Coupled Magnetothermal Problem in Gas Insulated Transmission Lines, *TELKOMNIKA*, Vol. 11, No. 4, pp. 645-652, 2013.
- [12] Szczegielniak T.: Straty mocy w nieekranowanych i ekranowanych rurowych torach wieloprowodowych, Praca Doktorska, Gliwice, 2011.
- [13] Szczegielniak T., Kusiak D., Jabłoński P., Piątek Z., Power losses in a three-phase single-pole gas-insulated transmission line (GIL), *International Review of Electrical Engineering (IREE)*, October 2013, Vol. 8, N. 5.
- [14] Wu X., Shu N., Li H., Li L., Thermal Analysis in Gas Insulated Transmission Lines Using an Improved Finite-Element Model, *TELKOMNIKA*, Vol. 11, No. 1, pp. 458-467, 2013.
- [15] Szewczyk W., Wojciechowski J., Wykłady z Termodynamiki z Przykładami Zadań, Uczelniane Wydawnictwo Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków 2007.
- [16] Hering M.: Termokinetyka dla elektryków, WNT, Warszawa 1980.
- [17] Wiśniewski St., Wiśniewski T. S., Wymiana Ciepła, WNT, Warszawa, 2000.
- [18] HOLDUCT Systemy szynoprzewodów. [Online]. Available: <http://www.holduct.com.pl>