

## Wybrane aspekty wykorzystania elementów probabilistycznych w planowaniu rozwoju sieci przesyłowej

**Streszczenie.** Realia funkcjonowania systemu elektroenergetycznego mają często charakter losowy, przez co odwzorowanie uwarunkowań wpływających na ocenę obciążeń elementów sieci naturalnie prowadzi do zastosowania metod probabilistycznych. W artykule opisano możliwości i metody wykorzystania podejścia probabilistycznego w procesie planowania rozwoju sieci przesyłowej. Wykorzystanie podejścia probabilistycznego pozwala na zwiększenie efektywności procesu, a w szczególności podejmowanych decyzji modernizacyjnych i inwestycyjnych.

**Abstract.** The realities of the power system operation are often of a random nature, whereby the mapping of conditions affecting the assessment of grid elements loads naturally leads to the use of probabilistic methods. The article describes the possibilities and methods of using the probabilistic approach in the process of planning the development of the transmission grid. The use of the probabilistic approach allows to increase the efficiency of the process, and in particular the modernization and investment decisions made. (**Selected aspects of using probabilistic elements in transmission grid development planning**).

**Słowa kluczowe:** planowanie rozwoju, sieć przesyłowa, probabilistyczny rozptył mocy, metody symulacyjne.

**Keywords:** development planning, transmission grid, probabilistic power flow, simulation methods.

### Wprowadzenie

Planowanie rozwoju sieci przesyłowej (PRSP) jest procesem, którego celem jest likwidacja ograniczeń przesyłowych zmniejszających efektywność handlu energią elektryczną. W wyniku realizacji tego procesu można uzyskać plan rozwoju sieci przesyłowej, który będzie zawierał harmonogram działań, w tym inwestycji, których wdrożenie zwiększy możliwości prowadzenia transakcji handlowych, a także zapewni przesył energii elektrycznej o wymaganych parametrach pomiędzy wytwórcą a odbiorcą. Proces planistyczny jest uwarunkowany otoczeniem, w obszarze którego można wyróżnić stronę popytową, stronę podaźową oraz uwarunkowania gospodarcze i społeczno-polityczne. Kontrola zmian występujących w otoczeniu oraz po stronie technicznej systemu elektroenergetycznego (SEE) umożliwia opracowanie prognozy stanów funkcjonalnych sieci. Wówczas przeprowadzenie analiz symulacyjnych w tych stanach pozwoli na zaproponowanie stosownych działań modernizacyjno-inwestycyjnych.

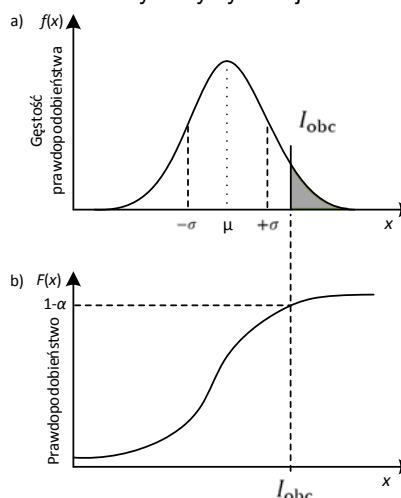
Uzyskanie harmonogramu inwestycji jest możliwe dzięki wykonaniu szeregu analiz techniczno-ekonomicznych, które pozwalają na ocenę stanu sieci przy uwzględnieniu zarówno kryteriów ekonomicznych jak i technicznych w zdefiniowanych warunkach wynikających z otoczenia. Warunki te mogą zostać zdefiniowane jednoznacznie (w ujęciu deterministycznym), bądź można przypisać im pewne prawdopodobieństwo wystąpienia (w rozumieniu ujęcia probabilistycznego). W dalszej części zawarto opis obrazujący wybrane możliwości wykorzystania podejścia probabilistycznego na rzecz opracowania planu rozwoju sieci przesyłowej oraz w analizach poprzedzających wykonanie takiego planu.

### Idea ujęcia probabilistycznego

Analiza procesów zachodzących w SEE może być realizowana w ujęciu deterministycznym lub probabilistycznym [1]. Analiza deterministyczna polega na prowadzeniu obliczeń wielkości i wskaźników charakteryzujących stany pracy SEE w ściśle określonych warunkach. Warunki te przyjmowane są na podstawie dostępnych informacji, założeń strategicznych czy też wiedzy eksperckiej, która dopełnia zbiór wymaganych danych. W ujęciu deterministycznym każdy parametr posiada określoną wartość, której wystąpienie ma charakter zdarzenia pewnego. Ze względu na stosunkowo długi horyzont analiz planistycznych i pojawiające się z tego

powodu pewne ryzyko realizacji danej wielkości w postaci deterministycznej w analizach praktycznych wprowadza się warianty lub scenariusze, w których bada się wpływ wartości danego parametru na końcowy wynik analizy.

Podejście probabilistyczne zakłada wykorzystanie zmiennych losowych zamiast wartości zdeterminowanych, przy czym zmienne losowe mogą być wykorzystywane jako dane wejściowe do modelu obliczeniowego oraz jako wyniki analiz numerycznych. Wówczas, dla każdego przypadku obliczeniowego stosowany jest opis probabilistyczny, wymagający znajomości postaci rozkładu prawdopodobieństwa wykorzystywanej wielkości (rys. 1).



Rys.1. Przykładowa interpretacja postaci wyniku obliczeń lub danej wejściowej

Wykorzystanie opisu probabilistycznego wymaga znajomości empirycznego rozkładu gęstości prawdopodobieństwa danej zmiennej lub przyjęcia teoretycznej funkcji rozkładu z określonymi parametrami charakterystycznymi (rys. 1a). Analizy prowadzone przy takich postaciach danych niosą ze sobą pewną komplikację procesu matematycznego oraz wymagają wykorzystania odpowiedniej populacji danych. Liczebność populacji oraz ich wiarygodność powinna być na tyle wysoka, że pozwoli na postawienie hipotez statystycznych i ich weryfikację. Statystycznie istotna liczebność wyników, w szczególności przy rozkładach wielowymiarowych, musi wówczas sięgać tysięcy próbek, co może wymagać znacznego nakładu

czasu potrzebnego na prowadzenie obliczeń. Wygodną postacią wykorzystywanych empirycznych rozkładów prawdopodobieństwa pozwalającą na ocenę statystyczną rozpatrywanej wielkości jest dystrybuanta (rys. 1.b) jednoznacznie wyrażająca rozkład prawdopodobieństwa. Uzasadniając przydatność ujęcia probabilistycznego należy pamiętać, że w pracy systemu elektroenergetycznego można wskazać długą listę wielkości i procesów losowych. Opracowanie zatem planu rozwoju wyłącznie w ujęciu deterministycznym może prowadzić do przewymiarowania liczby i zakresu proponowanych inwestycji modernizacyjnych, powodując tym samym konieczność poniesienia nadmiernych kosztów rozbudowy systemu elektroenergetycznego. W efekcie takiego podejścia opracowany plan rozwoju będzie zawierał inwestycje wykorzystywane jedynie w sytuacjach kryzysowych, których wystąpienie jest mało prawdopodobne [3].

### **Wykorzystanie i efektywność ujęcia probabilistycznego w analizach sieciowych**

Zakres zastosowań analiz o charakterze probabilistycznym w obliczeniach związanych z funkcjonowaniem systemu elektroenergetycznego jest bardzo szeroki i obejmuje m.in. obszary [1, 3, 5]:

- wystarczalności wytwarzania,
- planowania pracy sieci,
- prognozowania operacyjnego (zapotrzebowania i podaży),
- niezawodności pracy sieci,
- inne – o charakterze oceny ryzyka przekroczenia stawianych kryteriów.

W zakresie analiz wspomagających opracowanie planu rozwoju KSE wykorzystanie podejścia probabilistycznego może zostać zaimplementowane m.in. w analizach wystarczalności (głównie w tzw. modelu miedzianej płyty) w celu weryfikacji wskaźników LOLP lub LOLE [6]. Innym obszarem zastosowań jest wykorzystanie rachunku prawdopodobieństwa do wyznaczenia tzw. probabilistycznego rozptyłu mocy [7], pozwalającego na modelowanie zmian obciążeń według rozkładów prawdopodobieństwa. Kolejnym przykładem wykorzystania ujęcia probabilistycznego może być przeprowadzenie analizy stanów awaryjnych z oceną prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia [4]. Podejście probabilistyczne może być również wykorzystane do analizy warunków pracy źródeł rozproszonych z uwzględnieniem ich niepewności generacji, a także do prognozowania zapotrzebowania i cen energii. Kolejnymi obszarami w których można zastosować elementy rachunku prawdopodobieństwa są m.in. dobór jednostek wytwórczych (z uwzględnieniem losowego charakteru zgłoszenia gotowości i dyspozycyjności źródła) oraz analizy niezawodnościowe z uwzględnieniem odwzorowania ryzyka wystąpienia uszkodzenia elementu układu elektrycznego lub wpływu warunków zewnętrznych na ciągłość pracy systemu. Ujęcie probabilistyczne może zostać wykorzystane jako element planowania dyspozycyjności układów sieciowych w obszarze prac planowych w horyzoncie długoterminowym (prace eksploatacyjne) oraz w analizie obciążalności prądowej elementów sieciowych z uwzględnieniem wymuszeń popytowych. Ze względu na losowość warunków pogodowych, metody probabilistyczne znajdują również zastosowanie w modelowaniu generacji w źródłach wodnych, z uwagi na losowy charakter przepływów w systemie hydrologicznym i układach kaskadowych.

Uwzględniając powyższe można dokonać pewnej systematyki problemów planistycznych, w modelowaniu i rozwiązywaniu których uwzględniono ujęcie probabilistyczne.

### • Problematyka planowania operacyjnego

Zadania planowania operacyjnego mieszczą się w odcinkach czasu od pojedynczych sekund do dni i dotyczą wyznaczenia odpowiedniego składu źródeł oraz takiego potencjału produkcji energii w tych źródłach, który pozwoli na pokrycie sumarycznego zapotrzebowania odbiorców. Z matematycznego punktu widzenia problematyka doboru źródeł (pod kątem technologii oraz mocy generowanej) w celu pokrycia zapotrzebowania jest problemem, który można rozważać w ujęciu stochastycznym. W praktyce dostępność źródeł może być ograniczona z uwagi na ich wyłączenia planowe bądź awaryjne, natomiast poziom obciążenia może zostać zaprognozowany z pewnym błędem. Ograniczenia wpływu ryzyka powyższych zdarzeń jest realizowane poprzez wykorzystanie rezerwy mocy ujętej w planach operacyjnych pracy systemu elektroenergetycznego. Wzrastający udział generacji w źródłach fotowoltaicznych i wiatrowych wymaga analogicznej strategii zabezpieczającej. Ograniczona przewidywalność warunków atmosferycznych i naturalnych zjawisk przyrodniczych wykorzystywanych w technologiach odnawialnych stwarza szerokie pole do zastosowania ujęcia probabilistycznego.

### • Problematyka rozwoju źródeł

Problemy planowania rozwoju zdolności wytwórczych dotyczą oceny potrzeb wprowadzania nowych jednostek wytwórczych do systemu, a więc tzw. wystarczalności. Potencjał nowych źródeł w KSE może być uwzględniony w kontekście zbilansowania rosnącego zapotrzebowania na moc, z uwagi na spełnianie stawianych standardów niezawodności lub też z tytułu zamknięcia rezerwy pracy źródeł istniejących. Planowanie nowych mocy wytwórczych jest niewątpliwie problemem stochastycznym z powodu występowania błędów w prognozowaniu popytu, oceny terminów wycofania istniejących generatorów oraz wprowadzenia nowych rodzajów technologii. Podobnie jak powyżej wspomniano dodatkowo, losowy wątek wprowadzają w to zagadnienie źródła odnawialne. Przy planowaniu rozwoju zasobów wytwórczych dla technologii konwencjonalnych często pomija się dynamikę zmian obciążenia z uwagi na podaż energii pierwotnej w krótkich odcinkach czasu zakładając, że praca tych jednostek podlega zewnętrznemu sterowaniu zróżnicowanemu według potrzeb. W przypadku źródeł odnawialnych założenia te nie są spełnione.

### • Problematyka rozwoju sieci

Problem planowania rozwoju sieci dotyczy horyzontu czasowego mierzonego w dziesiątkach lat, stąd decyzja o budowie nowych linii powinna być przeanalizowana w aspekcie zmian w systemie elektroenergetycznym w okresie rzędu 50 lat. W tak rozległym horyzoncie czasowym zmianie ulega krzywa popytu, poziom i technologie wytwarzania energii oraz ich lokalizacje. Wielkości te wpływają na ocenę wykorzystania sieci. Zdecentralizowany model elektroenergetyki zwiększa niepewność lokalizacji generacji. W szczególności w przypadku źródeł odnawialnych wybierane lokalizacje są związane z największą podatnością zasobów naturalnych energii pierwotnej. Również tempo budowy źródeł rozproszonych jest znacznie szybsze niż budowa układów przesyłowych, stąd przy braku centralnej koordynacji rozwoju niezbędnym jest przewidywanie lokalizacji nowych źródeł. Ponadto chwilowa praca źródeł rozproszonych, w tym odnawialnych może znacząco zmieniać wykorzystanie istniejącej i planowanej infrastruktury sieciowej. Stąd w problematyce rozwoju sieci rozwój źródeł jest zwykle traktowany jako zmienna zewnętrzna (poza procesem). Dla takich sytuacji optymalizuje się przyszłe struktury sieciowe.

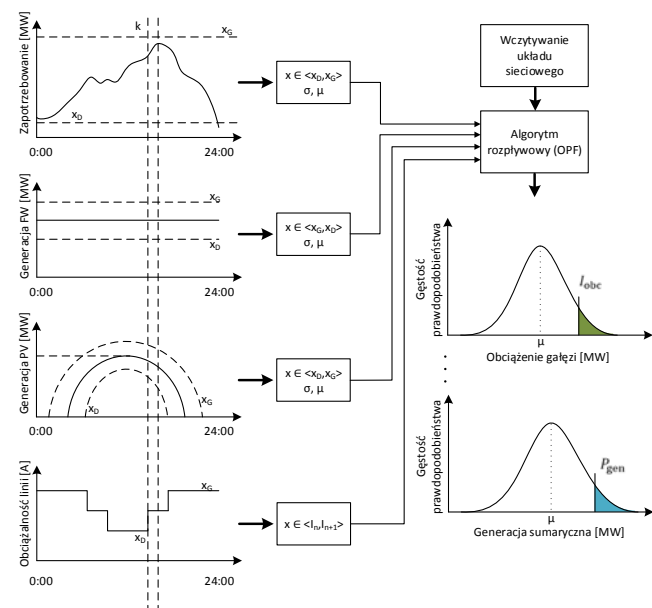
Podsumowując, można zauważyć, że z uwagi na proces planowania rozwoju, stosowane obecnie podejście deterministyczne może nie uwzględniać wszystkich ważnych parametrów wpływających na przyszłą jakość pracy systemu elektroenergetycznego, w tym na bezpieczeństwo i jego niezawodność. Podejście deterministyczne reprezentuje często w tym układzie tradycyjne planowanie oparte na tzw. „najgorszym przypadku”, pomijając tym samym niewielkie prawdopodobieństwo wystąpienia takiego zdarzenia, co znacznie wpływa na rozumienie ekonomiki podejmowanego działania. Probabilistyczne ujęcie planowania rozwoju systemu obejmuje metody umożliwiające ocenę ilościową ryzyka związanego z różnymi opcjami planowania.

### Probabilistyczny rozptył mocy - przykład wykorzystania w analizach planistycznych

Wyznaczenie obciążeń gałęziowych w systemie elektroenergetycznym jest jednym z głównych sposobów oceny technicznej stanu analizowanego układu i poziomu jego dopasowania do wymagań przesyłowych. Wyznaczenie stopnia obciążenia gałęzi jest efektem rozwiązania zadania rozptyłowego zdefiniowanego w określonych warunkach. W procesie PRSP w ujęciu deterministycznym zakłada się zwykle podejście scenariuszowe, natomiast ujęcie probabilistyczne może obejmować wiele różnych zdarzeń o wskazanym stopniu prawdopodobieństwa wystąpienia. Efektem takiego podejścia w analizach przygotowujących plan rozwoju sieci przesyłowej, jest wyznaczenie probabilistycznego rozptyłu mocy, w którym dane wejściowe oraz wyniki obliczeń posiadają postać rozkładów prawdopodobieństwa. Główną zaletą takiej koncepcji jest otrzymanie dużej liczby możliwych stanów poziomu obciążenia danej gałęzi (wraz z oceną częstości występowania) w rozpatrywanym układzie sieciowym. W efekcie, analiza statystyczna otrzymanego rozkładu prawdopodobieństwa pozwoli na określenie każdej wartości stopnia obciążenia danej gałęzi z poziomem prawdopodobieństwa. W wyniku takiej analizy można wskazać gałęzie cechujące się umiarkowanym stopniem obciążenia przez znaczny czas rozpatrywanego horyzontu analizy lub takie, w których znaczne poziomy obciążenia lub przeciążenia występują jedynie przez kilka godzin w roku.

Wyznaczenie rozptyłu mocy z wykorzystaniem podejścia probabilistycznego polega na wyznaczeniu określonej liczby deterministycznych rozptyłów mocy, przy czym dane wejściowe wykorzystywane w probabilistycznym rozptywie mocy są wynikiem symulacji danych zgodnie z ich empirycznymi rozkładami prawdopodobieństwa. Uzyskanie wartości wejściowych w sposób losowy jest możliwe dzięki wykorzystaniu metod symulacyjnych, wśród których częste zastosowanie znajduje metoda Monte Carlo, metody warstwowe czy metody adaptacyjne [2]. Liczba symulacji, które należy wykonać w celu uzyskania teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa zależy od wykorzystywanej metody symulacyjnej i przykładowo dla metody Monte Carlo może wynosić kilkaset lub kilkadziesiąt tysięcy. Pozostałe metody symulacyjne, np. metody warstwowe pozwalają na zmniejszenie liczby symulacji. W przypadku rozbudowanych układów sieciowych o znacznej liczbie elementów, zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym rachunku prawdopodobieństwa można zakładać uzyskanie rozkładów normalnych. Należy mieć jednak na uwadze charakter wykorzystywanych zmiennych losowych tak, aby żadna z nich nie miała dominującego charakteru. Na podstawie centralnego twierdzenia granicznego rozkład prawdopodobieństwa sumy niezależnie działających zmiennych losowych przy bardzo licznej populacji przyjmuje postać rozkładu normalnego.

Do celów badawczych opracowano model sieci testowej, który został oparty na strukturze (topologii) wybranego fragmentu Krajowego Systemu Elektroenergetycznego (KSE), zmodyfikowanej dla potrzeb niniejszego artykułu. W szczególności zachowano powiązania wybranego fragmentu sieci przesyłowej i sieci dystrybucyjnej 110 kV oraz uwzględniono charakterystyczne dla tych sieci układy oczkowe oraz sporadycznie występujące układy promieniowe. Model sieci testowej opracowano z wykorzystaniem standardów technicznych wykorzystywanych w KSE. Opracowany model zawiera 39 węzłów sieciowych oraz 49 gałęzi w podziale na napięcia 220 kV i 110 kV. W modelu uwzględniono 17 generatorów przyłączonych w 7 węzłach (2 generatory w węzłach sieci 220 kV i 5 generatorów w węzłach sieci 110 kV). Łączne zapotrzebowanie na moc czynną w modelowym układzie sieciowym wynosi blisko 1000 MW. Wykorzystując opisany model sieci oraz przyjęte dane wejściowe przeprowadzono obliczenia symulacyjne za pomocą programu PLEXOS. Zasadniczym celem było wskazanie efektów różnicujących wyniki probabilistycznego rozptyłu mocy (PRM) a rozptyłu deterministycznego. Dzięki zadaniu PRM uzyskano rozkłady częstości występowania stopnia obciążenia dla wszystkich gałęzi modelu, określone przez możliwe konfiguracje zmiennych wejściowych, decydujące o rozptywie mocy w całej sieci. Poziomy zmiennych decyzyjnych (zmiennych niezależnych) są określane w sposób losowy przy założeniu górnej i dolnej granicy losowania oraz żądanej liczby próbek w danym losowaniu. Poglądowy schemat obrazujący sposób wyznaczania wartości dla przyjętych w symulacjach poszczególnych zmiennych niezależnych zamieszczono na rys. 2.

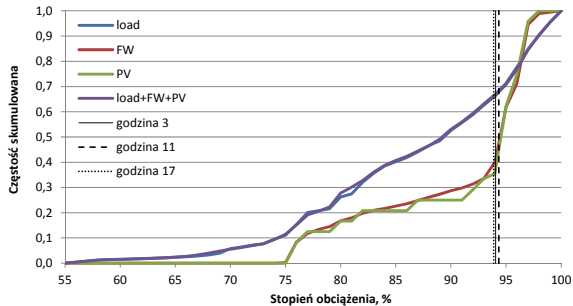


Rys. 2 Poglądowa ilustracja procesu wyznaczania probabilistycznego rozptyłu mocy

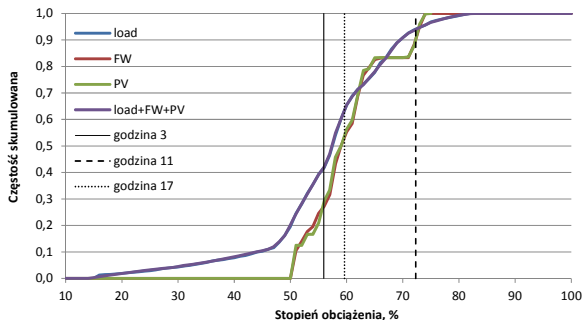
Na rys. 3 zamieszczono dystrybuanty stopnia obciążenia odpowiadające różnym wariantom losowania oraz wybranym godzinom w ciągu doby (przerwane linie na rysunku). Dla analizowanej linii 110 kV przyjęto obciążalność prądową równą 525 A. Przy takim poziomie obciążalności obliczenia wykonane deterministycznie wskazują na stopień obciążenia rzędu 94% niezależnie od badanego stanu (niezależnie od godziny doby). Traktując wyniki obliczeń symulacyjnych w charakterze statystycznym można zauważyć, że duża część wyników odbiega

wartością od stopnia obciążenia w badanych wybranych stanach. Świadczy o tym nachylenie dystrybuanty i uzyskanie wartości 1,0 na osi reprezentującej częstość skumulowaną. W tym przypadku stopień obciążenia omawianej linii nie przekracza 98%.

a)



b)



Rys. 3. Empiryczne dystrybuanty rozkładu stopnia obciążenia linii 110 kV (a) oraz 220 kV (b) w okresie jednej doby przy losowaniu zapotrzebowania oraz generacji w źródłach PV i FW

Przedstawione na rys.3a oraz rys.3.b rozkłady prawdopodobieństwa stopnia obciążenia dla wybranych linii 110 kV i 220 kV są jedynie przykładem reprezentującym charakter i poziom otrzymanych wyników. Na podstawie analizy statystycznej przeprowadzonej dla wielu linii 110 kV i 220 kV można zaobserwować występowanie grupy linii silnie obciążonych. W tej grupie linii można zaobserwować dużą koncentrację wyników w obrębie wysokich wartości poziomu stopnia obciążenia, co przekłada się na charakterystyczny kształt dystrybuanty empirycznej, cechujący się dużą stromością narastania w obszarze wysokich poziomów stopnia obciążenia. Najsilniej wpływającą wielkością na empiryczny rozkład prawdopodobieństwa stopnia obciążenia linii jest zapotrzebowanie na moc i energię elektryczną odbiorców (wysokie podobieństwo wyników uzyskanych przy losowaniu zapotrzebowania oraz w wariancie z losowaniem zapotrzebowania, generacji w źródłach FW i PV). Jest to związane ze zmianą rozdziału obciążeń na jednostki wytwórcze powodującą zmianę rozptyłów w liniach.

Przeprowadzona analiza statystyczna wskazuje na występowanie takich sytuacji, w których obciążenie linii wyznaczone deterministycznie jest mniejsze niż wartości odczytane z dystrybuant empirycznych wyznaczonych alternatywnie w podejściu probabilistycznym dla wybranych poziomów ryzyka. Oznacza to, że wykorzystanie analizy statystycznej pozwala na uwzględnienie bardzo szerokiego zakresu możliwych do wystąpienia przypadków, a co więcej pozwala na wyróżnienie ilościowe tych przypadków, które mogą mieć krytyczne znaczenie dla podejmowanych decyzji planistycznych.

## Podsumowanie i wnioski

Rozwijanie metod probabilistycznych i ich implementacja w procesie planowania rozwoju sieci przesyłowej dostarczają wielu wartościowych informacji o prawdopodobieństwie wystąpienia danego stanu w pracy systemu elektroenergetycznego. Podejście takie pozwala na posługiwanie się rozkładami prawdopodobieństwa każdej rozpatrywanej zmiennej zamiast wartości zdeterminowanych. W efekcie pozwala to na wprowadzenie do procesu planistycznego możliwości podejmowania decyzji na pewnym poziomie ryzyka. Uzasadnienie omawianego podejścia ma głównie charakter ekonomiczny, bowiem w planowanej strukturze rozwojowej w ujęciu deterministycznym, mogą wystąpić inwestycje, których zasadność będzie wykorzystana jedynie w ekstremalnych stanach pracy SEE, występujących z bardzo niskim prawdopodobieństwem. Podejście deterministyczne reprezentuje często planowanie oparte na „najgorszym przypadku”, zatem nie pozwala na określenie miar w ocenie niezawodności systemu. Warto dodać, iż miary statystyczne są dostępne przy podejściu probabilistycznym dla każdej wielkości wykorzystywanej do opisanego pracy systemu elektroenergetycznego w podejściu zdeterminowanym. Podejście probabilistyczne posiada przewagę nad podejściem zdeterminowanym, ponieważ pozwala uwzględnić niepewność związaną ze zmiennymi czynnikami wpływającymi na pracę systemu, obejmującymi generację w źródłach odnawialnych, zapotrzebowanie bądź dyspozycyjność.

Zastosowanie podejścia probabilistycznego w analizie pracy systemów elektroenergetycznych znajduje bardzo szerokie zastosowanie i może zostać wykorzystane m.in. do statystycznej oceny wskaźników określających liczbę godzin wyłączeń planowych i awaryjnych, a także danych określających poziom wystarczalności SEE. Innym zagadnieniem związanym z planowaniem rozwoju sieci przesyłowej w którym można wdrożyć podejście probabilistyczne jest statystyczna analiza wyłączeń gałęzi realizowana w ramach oceny bezpieczeństwa pracy systemu. W podejściu takim odchodzi się od przypisania danej gałęzi (lub rozpatrywanemu zbiorowi gałęzi) stanu zdeterminowanego i przypisuje się rozpatrywanym wyłączeniom pewnego poziomu prawdopodobieństwa.

**Autorzy:** dr hab. inż. Maksymilian Przygodzki, PSE Innowacje, Politechnika Śląska Instytut Elektroenergetyki i Sterowania Układów, ul. B. Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice, E-mail: [Maksymilian.Przygodzki@polsl.pl](mailto:Maksymilian.Przygodzki@polsl.pl); dr inż. Paweł Kubek, PSE Innowacje, Politechnika Śląska Instytut Elektroenergetyki i Sterowania Układów, ul. B. Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice, E-mail: [Pawel.Kubek@polsl.pl](mailto:Pawel.Kubek@polsl.pl)

## LITERATURA

- [1] Popczyk J., Modele probabilistyczne w sieciach elektroenergetycznych. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1991
- [2] Lubicki W., Analiza wybranych probabilistycznych elementów planowania rozwoju sieci przesyłowej. Rozprawa doktorska. Gliwice 2017
- [3] Planning and Optimization Methods for Active Distribution System. Cigre Brochure. Working Group C6.19. August 2014
- [4] Dong Z., Zhang P.: Emerging Techniques in Power System Analysis. Springer 2009
- [5] Li W., Probabilistic Transmission System Planning. Wiley-IEEE Press. Hoboken 2011
- [6] Paska J., Niezawodność systemów elektroenergetycznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa 2005
- [7] Borkowska B., Probabilistic Load Flow. Power Apparatus and Systems IEEE Transaction on Volume PAS-93 Issue 3 Pages 752-759, 1974