

## Analiza stabilności estymatora prędkości MRAS<sup>CC</sup> podczas osłabiania strumienia w generatorowym trybie pracy napędu indukcyjnego

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono analizę stabilności estymatora prędkości silnika indukcyjnego MRAS<sup>CC</sup> w zakresie pracy silnikowej i generatorowej. Szczególną uwagę poświęcono badaniu właściwości tego estymatora w zakresie osłabiania strumienia silnika. Przeprowadzono szczegółową analizę położenia niestabilnych punktów pracy estymatora MRAS<sup>CC</sup> oraz zaproponowano dwie metody poprawy jego stabilności. Wyniki analizy teoretycznej zilustrowano badaniami symulacyjnymi.

**Abstract.** In the article the stability analysis of the MRAS<sup>CC</sup> speed estimator for induction motor in motoring and regenerating modes is presented. Particular attention is allocated to the estimator behavior in a flux weakening range. A detailed analysis of unstable operating points of the MRAS<sup>CC</sup> estimator performed and two stabilization methods are proposed. The results of theoretical analysis are confirmed by simulation test (Stability analysis of the MRAS<sup>CC</sup> speed estimator under field weakening and regenerating mode of the induction motor drive).

**Słowa kluczowe:** Napędy bezczujnikowe, silnik indukcyjny, estymator MRAS, analiza stabilności, osłabianie strumienia.

**Keywords:** Sensorless drives, induction motor, MRAS estimator, stability analysis, flux weakening.

### Wstęp

Obecnie w praktyce przemysłowej powszechnie stosowane są napędy elektryczne z silnikami indukcyjnymi (SI), w których do realizacji bardziej zaawansowanych algorytmów sterowania, niezbędne jest stosowanie układów odtwarzających elektromagnetyczne zmienne stanu, takie jak strumień wirnika lub stojana [1]. W niektórych zastosowaniach również układy napędowe bez pomiaru prędkości (*ang. speed sensorless*) są przedmiotem zainteresowania [1-3], ze względu na: oszczędność miejsca dysponowanego na napęd, niższe koszty, mniejszą liczbę kabli, większą niezawodność. Pomimo, że w literaturze opracowano wiele metod odtwarzania prędkości kątowej silnika indukcyjnego, zagadnienia te są ciągle rozwijane i publikowane. Szeroki przegląd powyższych metod można znaleźć m.in. w [2], [3]. Metody te można podzielić na trzy główne grupy: metody fizykalne, algorytmiczne i neuronowe [3].

Obecnie najczęściej stosowane są metody algorytmiczne, oparte na modelu matematycznym SI, wśród których bardzo popularne są estymatory prędkości typu MRAS, należące do grupy symulatorów (Rys.1). Można je podzielić na trzy grupy zależne od postaci wyrażenia opisującego błąd podawany na wejście regulatora w mechanizmie adaptacji estymatora.

Do pierwszej grupy zalicza się estymator MRAS<sup>F</sup> [4], [5], w którym ten błąd jest formułowany jako iloczyn wektorowy estymowanych wartości strumienia wirnika z symulatora prądowego i z symulatora napięciowego strumienia wirnika SI.

W skład drugiej grupy wchodzi estymator, w którym błąd obliczany jest jako iloczyn wektorowy estymowanej siły elektromotorycznej z modelu adaptacyjnego i z modelu odniesienia (estymator MRAS<sup>EMF</sup> [6]) oraz jego rozwinięcie MRAS<sup>RP</sup> [7], w którym błąd jest formułowany jako różnica mocy biernej (iloczyn siły elektromotorycznej i prądu stojana) pomiędzy modelem adaptacyjnym i modelem odniesienia.

Błąd dla trzeciej grupy jest obliczany jako iloczyn wektorowy błędu prądu stojana (różnica między wartością mierzoną, a estymowaną) i estymowanej wartości strumienia wirnika. W skład tej grupy wchodzi MRAS<sup>CV</sup> [8] oraz MRAS<sup>CC</sup> [9]. Podejście to jest niekonwencjonalne, ponieważ silnik indukcyjny służy jako model odniesienia w tych estymatorach. Ponadto mechanizm adaptacji jest taki sam jak w przypadku adaptacyjnego obserwatora pełnego rzędu (AFO) [10]. Obie powyższe cechy łączą AFO oraz wymienione estymatory prędkości MRAS<sup>CV</sup> i MRAS<sup>CC</sup>.

Wpływ zmian parametrów SI na stabilność oraz wrażliwość estymatorów należących do trzeciej grupy został przeanalizowany w [9] w trybie pracy silnikowej. W przypadku estymatora prędkości MRAS<sup>CC</sup> przeprowadzona została analiza stabilności w trybie pracy generatorowej silnika w [11] i [12], jak również zostały zaproponowane rozwiązania służące do stabilizacji tego estymatora w tym zakresie pracy, przy znamionowej wartości strumienia SI.

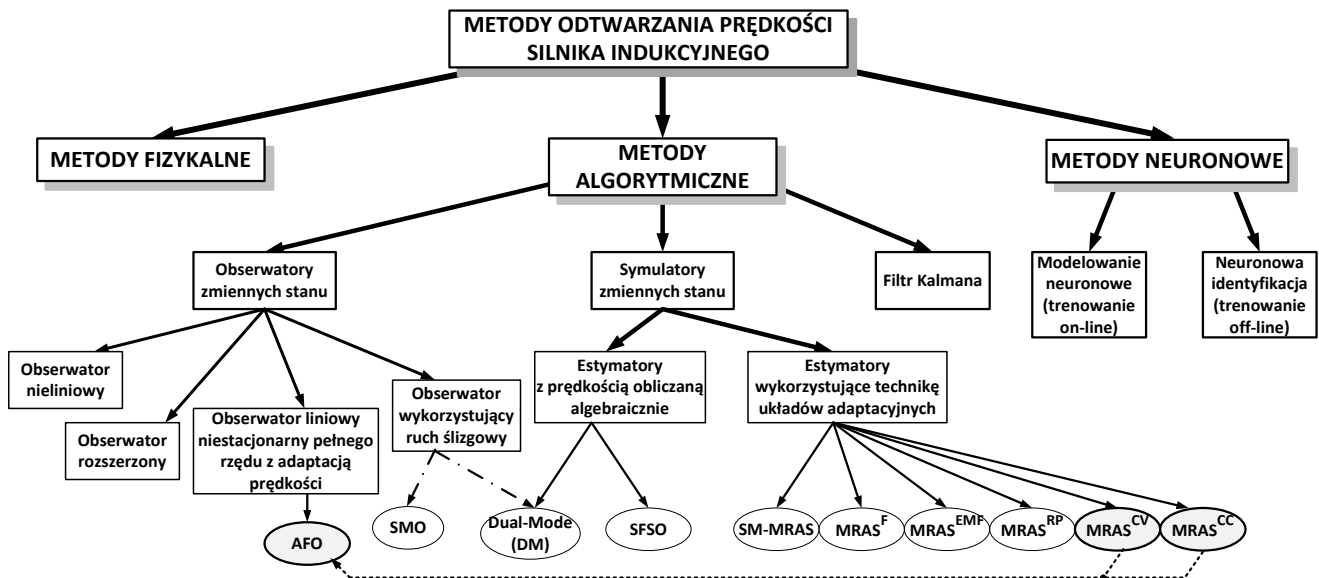
W niniejszym artykule przedstawiono wyniki analizy oraz korekcy zakresu stabilności estymatora MRAS<sup>CC</sup>, w zakresie pracy silnikowej oraz generatorowej, ze szczególnym uwzględnieniem zakresu osłabiania pola. W rozdziale pierwszym przedstawiono model matematyczny estymatora MRAS<sup>CC</sup>, a w następnym opisano kolejne etapy analizy stabilności tego estymatora. W trzecim rozdziale pokazano dwie metody poprawy stabilności estymatora, a rozdział czwarty w całości poświęcono weryfikacji proponowanych metod za pomocą badań symulacyjnych. Artykuł zakończono krótkim podsumowaniem otrzymanych wyników.

### Model matematyczny badanego estymatora prędkości

Modele matematyczne wszystkich estymatorów typu MRAS opierają się na podstawowym modelu matematycznym silnika indukcyjnego. W niniejszej pracy wykorzystano model obwodowy utworzony przy wykorzystaniu modeli stojana i wirnika uproszczających, zapisany przy wykorzystaniu uogólnionych wektorów przestrzennych, w układzie współrzędnych wirujących synchronicznie ze strumieniem wirnika, w wielkościach względnych [2]. Równanie stanu dla obwodów elektromagnetycznych SI przyjmuje następującą postać:

$$(1) \quad T_N \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{l_\sigma} - j\omega_s & \left( \frac{k_r}{l_\sigma \tau_r} - j \frac{k_r}{l_\sigma} \omega_m \right) \\ r_r k_r & \left( -\frac{1}{\tau_r} - j(\omega_s - \omega_m) \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{l_\sigma} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_s$$

gdzie:  $\mathbf{i}_s$ ,  $\Psi_r$  – wektor prądu stojana i strumienia wirnika,  $r_s$ ,  $r_r$  – rezystancja stojana i wirnika,  $l_s$ ,  $l_r$ ,  $l_m$  – indukcyjność stojana, wirnika i magnesująca,  $\sigma$  – współczynnik całkowitego rozproszenia maszyny,  $\omega_s$  – pulsacja w stojanie,  $\omega_s - \omega_m = \omega_r$  – pulsacja poślizgu,  $f_{sN}$  – częstotliwość znamionowa stojana,  $k_r = \frac{l_m}{l_r}$ ,  $l_\sigma = \sigma l_s$ ,  $r_1 = r_s + r_r k_r^2$ ,  $\tau_r = l_r / r_r$ ,  $T_N = 1 / 2\pi f_{sN}$ .



Rys.1. Podział metod odtwarzania prędkości silnika indukcyjnego

Schemat blokowy prądowego estymatora prędkości MRAS<sup>CC</sup> zaproponowany w [9] został przedstawiony na rysunku 2. Składa się z estymatora prądu stojana (2) i klasycznego estymatora prądowego (3), z którego uzyskiwana jest informacja o strumieniu wirnika:

$$(2) \quad T_N \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{i}}_s = \frac{1}{l_\sigma} \mathbf{u}_s - \left( \frac{r_1}{l_\sigma} + j\omega_s \right) \hat{\mathbf{i}}_s + \left( \frac{k_r}{l_\sigma \tau_r} - j \frac{k_r}{l_\sigma} \hat{\omega}_m \right) \hat{\psi}_r,$$

$$(3) \quad T_N \frac{d}{dt} \hat{\psi}_r = \left[ k_r r_r \hat{\mathbf{i}}_s - \left( \frac{1}{\tau_r} + j(\omega_s - \hat{\omega}_m) \right) \hat{\psi}_r \right].$$

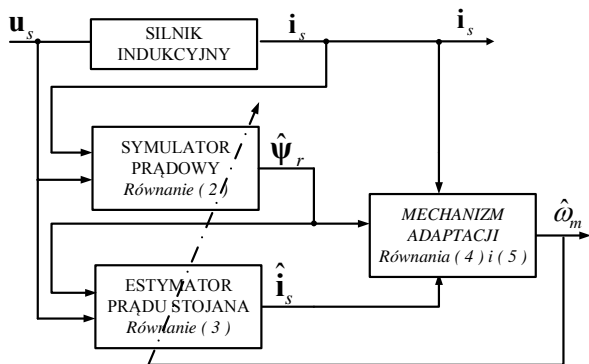
Oba modele są przestrajane estymowaną wartością prędkości, która jest obliczana w mechanizmie adaptacji:

$$(4) \quad \frac{d}{dt} \hat{\omega}_m = K_i \varepsilon + K_p \frac{d}{dt} \varepsilon$$

w którym wartość błędu wprowadzanego na wejście regulatora PI przyjmuje postać zgodnie z [10], [9]:

$$(5) \quad \varepsilon = \mathfrak{I} \{ e_i \hat{\Psi}_r^* \} = \hat{\psi}_{rx} e_{iy} - \hat{\psi}_{ry} e_{ix}$$

gdzie:  $\mathbf{e}_i = \mathbf{i}_s - \hat{\mathbf{i}}_s$  - błąd estymacji wektora prądu stojana.



Rys.2. Schemat blokowy prądowego estymatora prędkości MRAS<sup>CC</sup>

W celu analizy stabilności model matematyczny estymatora MRAS<sup>CC</sup> można zapisać w formie podobnej do adaptacyjnego obserwatora pełnego rzędu AFO [6], rozszerzając podstawową wersję estymatora o macierz wzmacnień **G**. Równania stanu powyższego estymatora można zapisać następująco:

$$(6) \quad T_N \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}^e(\omega_m) \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{K}\mathbf{y} + \mathbf{G}\mathbf{e}_i$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}$$

gdzie: **K** – macierz wynikająca z równania (3), zależna od parametrów silnika, następnie mnożonych przez mierzoną wartość prądu stojana.

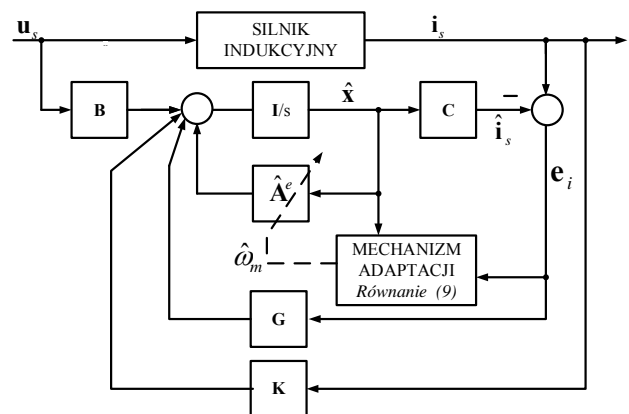
Po podstawieniu parametrów SI uzyskuje się:

$$(7) \quad T_N \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}}_s \\ \hat{\psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{l_\sigma} - j\omega_s & \frac{k_r}{l_\sigma \tau_r} - j \frac{k_r}{l_\sigma} \hat{\omega}_m \\ 0 & -\frac{1}{\tau_r} - j(\omega_s - \hat{\omega}_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}}_s \\ \hat{\psi}_r \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 1 \\ l_\sigma \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_s + \begin{bmatrix} 0 \\ r_r k_r \end{bmatrix} \mathbf{y} + \begin{bmatrix} \mathbf{g}_s \\ \mathbf{g}_r \end{bmatrix} \mathbf{e}_i$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}}_s \\ \hat{\psi}_r \end{bmatrix}$$

gdzie:  $\mathbf{g}_s = g_{sx} + jg_{sy}$ ;  $\mathbf{g}_r = g_{rx} + jg_{ry}$ .



Rys.3. Schemat blokowy zmodyfikowanego prądowego estymatora prędkości MRAS<sup>CC</sup>

Ponadto w celu uzyskania możliwości poprawy stabilności błąd wprowadzany na regulator PI został zmodyfikowany jak zaproponowano w [13]-[15] dla obserwatora pełnego rzędu:

$$(8) \quad \varepsilon' = \mathfrak{I} \left\{ e^{-j\varphi} \underline{e}_i \underline{\Psi}_R^* \right\} = \\ = \hat{\psi}_{rx} e_{iy} \cos \varphi - \hat{\psi}_{rx} e_{ix} \sin \varphi - \hat{\psi}_{ry} e_{ix} \cos \varphi - \hat{\psi}_{ry} e_{iy} \sin \varphi$$

W związku z powyższym zmodyfikowany mechanizm adaptacji prędkości z dodatkową korekcją błędu prądu uzyskuje następującą postać:

$$(9) \quad \frac{d}{dt} \hat{\omega}_m = -K_i \varepsilon' - K_p \frac{d}{dt} \varepsilon'$$

Schemat blokowy zmodyfikowanego estymatora MRAS<sup>CC</sup> został przedstawiony na rysunku 3.

### Analiza stabilności estymatora MRAS<sup>CC</sup>

Analiza stabilności składa się z pięciu kroków, które zostały szczegółowo omówione w [12]:

1. Zapisanie pełnego modelu estymatora.
2. Linearyzacja wokół ustalonego punktu pracy.
3. Wyznaczenie wartości własnych (biegunów estymatora) zlinearyzowanej macierzy stanu.
4. Analiza znaku części rzeczywistych wszystkich biegunów estymatora w ustalonych punktach pracy.
5. Wyznaczenie granic stabilności.

Linearyzując równanie błędu pełnego modelu matematycznego (7)-(9) estymatora wokół ustalonego punktu pracy  $\mathbf{e}_0$ , otrzymuje się następującą macierz stanu:

$$(10) \quad \hat{\mathbf{A}}_0^e = \begin{bmatrix} \frac{j_1}{l_\sigma} - j\omega_{s0} - \mathbf{g}_s & \frac{k_r}{l_\sigma \tau_r} - j \frac{k_r}{l_\sigma} \hat{\omega}_{m0} & -j \frac{k_r}{l_\sigma} \Psi_{r0} \\ -\mathbf{g}_r & -\frac{1}{\tau_r} - j(\omega_{s0} - \hat{\omega}_{m0}) & j\Psi_{r0} \\ \mathbf{a}_{s0} & \mathbf{a}_{r0} & a_{\omega 0} \end{bmatrix}$$

gdzie:  $\omega_{s0} - \hat{\omega}_{m0} = \hat{\omega}_0$ ;  $\mathbf{a}_{s0} = [a_{51} \ a_{52}]$ ;  $\mathbf{a}_{r0} = [a_{53} \ a_{54}]$ ;  $a_{\omega 0} = a_{55}$ , przy czym dokładne wartości współczynników  $a_{51} - a_{55}$  zostały podane w załączniku. Przyjmuje się także, że przy sterowaniu wektorowym SI:  $\psi_{rx0} = \psi_{ref}$ ,  $\psi_{ry0} = 0$ .

Stabilne punkty pracy estymatora wyznacza się na podstawie analizy wartości własnych estymatora zgodnie z równaniem:

$$(11) \quad \det(s\mathbf{I} - \hat{\mathbf{A}}_0^e) = 0.$$

Analiza teoretyczna została przeprowadzona w następującym zakresie pracy:

$$(12) \quad \left( \pm 2\omega_{mn}; \pm 2\omega_{r0} \approx \pm 2m_n \leftarrow \text{ponieważ } m_o = \frac{\psi_{ref,0}^2 \omega_{r0}}{r_r} \right).$$

W tej pracy szczególną uwagę poświęcono zakresowi pracy z prędkością większą od znamionowej, czyli w zakresie osłabiania strumienia wirnika. Zastosowano klasyczną metodę osłabiania strumienia ( $1/\omega_m$ ). Jeśli zadana prędkość silnika  $\omega_{m0} > \omega_{mn}$ , to strumień wirnika w stanie ustalonym wyznacza się jak poniżej:

$$(13) \quad \psi_{ref,0} = \psi_{ref,n} \frac{\omega_{mn}}{\omega_{m0}}.$$

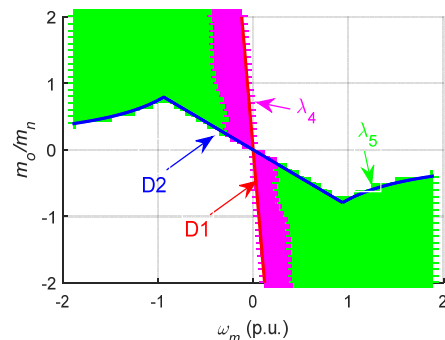
Przyjmując w (7)-(8) założenia:  $\mathbf{G}=0$ ,  $\varphi=0$ , można przeanalizować stabilność podstawowej wersji estymatora MRAS<sup>CC</sup> opisanej w [10]. Rozłożenie niestabilnych punktów pracy przedstawiono na rysunku 4. Należy zauważyć, że estymator jest niestabilny w generatorowym trybie pracy prawie w całym badanym zakresie zmian prędkości. Tylko dwie wartości własne ( $\lambda_4$ ,  $\lambda_5$ ) odpowiadają za powyższe właściwości. Wraz ze wzrostem wartości  $|\omega_{m0} - \omega_{mn}|$  w przedziale (12) (zakres osłabiania strumienia), wzrasta

liczba niestabilnych punktów pracy. Pojawiają się one dla coraz mniejszych wartości momentu obciążenia.

Kolejnym krokiem analizy stabilności jest wyznaczenie krzywych, które ograniczają zakres niestabilnych punktów pracy. W związku z tym obliczany jest wyznacznik zlinearyzowanej macierzy stanu i przyrównany do zera. Następnie wyznacza się warunki spełniające to równanie na płaszczyźnie  $\omega_s \leftrightarrow \omega_m$ . Warunki te można łatwo przeliczyć na płaszczyznę  $m_o \leftrightarrow \omega_m$  i oznaczyć jako linie D1 i D2 (rys. 4). Należy jednak pamiętać, że w przypadku analizowanego w tej pracy przedziału zmian prędkości (10), wartość strumienia ulega zmianie. Ogólna postać równań dla krzywych D1 i D2, wyznaczających granice stabilności estymatora zostały wyprowadzone w [12] i przedstawiają się następująco:

$$(14) \quad \begin{cases} m_o = -\frac{\psi_{ref}^2}{r_r} \omega_{m0} & \rightarrow D1 \\ m_o = -\frac{\psi_{ref}^2}{r_r} \omega_{m0} \left( \frac{l_\sigma}{\tau_r} \right) & \rightarrow D2 \end{cases},$$

Należy również zwrócić uwagę, że współczynnik  $K_p$  algorytmu adaptacji nie wpływa na położenie niestabilnych punktów pracy znajdujących się wewnątrz przedziału ograniczonego przez krzywe D1 i D2.



Rys.4. Wyniki teoretyczne. Położenie niestabilnych punktów pracy estymatora MRAS<sup>CC</sup> oraz linie graniczne D1 i D2 ( $\mathbf{G}=0$ ,  $\varphi=0$ )

### Metody poprawy stabilności estymatora MRAS<sup>CC</sup>

W pracach [13]-15] zaproponowano dwie metody poprawy stabilności obserwatora pełnego rzędu AFO w trybie pracy generatorowej w zakresie osłabiania strumienia. Ponieważ model matematyczny estymatora MRAS<sup>CC</sup> jest podobny do modelu AFO (w AFO macierz stanu przybiera nieco inną postać oraz macierz  $\mathbf{K}=0$ ), można te metody zastosować w rozważanym przypadku. Pierwsza z metod dotyczy odpowiedniego doboru współczynników w macierzy wzmocnień  $\mathbf{G}$ , zaś druga metoda związana jest z odpowiednim doбором kąta przesunięcia  $\varphi$  pomiędzy błędem prądu stojana a strumieniem wirnika. Odpowiedni dobór, któregoś z powyższych elementów powoduje zmianę położenia krzywej D2. Celem tych modyfikacji jest uzyskanie niestabilnych punktów pracy znajdujących się tylko i wyłącznie na prostej D1. Z tego wynika, że należy uzyskać następującą wartość wyznacznika zlinearyzowanej macierzy stanu estymatora:

$$(15) \quad \det \hat{\mathbf{A}}_0^e = -\alpha \omega_{s0}^2,$$

gdzie:  $\alpha$  jest dodatnią stałą, zależną od wybranej metody stabilizacji estymatora.

Obie metody zostały szczegółowo opisane w [12]. W przypadku pierwszej z metod proponowane współczynniki macierzy wzmocnień  $\mathbf{G}$  (gdy  $\varphi=0$ ) są następujące (przy czym  $k>0$ ):

$$(16) \quad \begin{cases} g_{sx} = k \frac{r_r}{l_r}, & g_{sy} = k \omega_{m0}, \\ g_{rx} = -\frac{r_s}{k_r^2}, & g_{ry} = l_r k_r \omega_{m0}. \end{cases}$$

Wzmocnienia  $g_{sy}$  i  $g_{ry}$  (16) zależą od mierzonej wartości prędkości silnika. W bezczujnikowych układach napędowych aktualna wartość prędkości jest nieznana. Zastąpienie jej prędkością estymowaną nie zapewnia zachowania globalnej stabilności estymatora. Dlatego należy zastosować następujące przybliżenie:

$$(17) \quad \omega_{m0} \sim -\omega_{r0}$$

Po podstawieniu tego przybliżenia w (16) otrzymuje się następujące współczynniki macierzy wzmocnień:

$$(18) \quad \begin{cases} g_{sx} = k \frac{r_r}{l_r}, & g_{sy} = -k \omega_{r0}, \\ g_{rx} = -\frac{r_s}{k_r^2}, & g_{ry} = -l_r k_r \omega_{r0}. \end{cases}$$

Na rysunkach 5a i 5b przedstawiono teoretyczne wyniki poprawy stabilności powyższą metodą. Jak wynika z rysunku, poprawa stabilności przy znajomości aktualnej wartości prędkości pozwala na ograniczenie niestabilnych punktów pracy wyłącznie do prostej D1. W przypadku zastosowania przybliżenia wynikającego z nieznajomości prędkości silnika, pojawiają się niestabilne punkty pracy w trybie pracy silnikowej. W związku z powyższym należy pamiętać, że podczas stosowania tej metody niezbędne jest przełączanie wartości współczynników macierzy  $\mathbf{G}$  przy przejściu z trybu pracy generatorowej na silnikową i odwrotnie.

W przypadku drugiej metody kąt przesunięcia spełniający warunek (15) przyjmuje wartość (przy  $\mathbf{G}=0$ ):

$$(19) \quad \varphi = \tan^{-1} \left( \frac{l_r}{r_r} \omega_{m0} \right)$$

Analogicznie jak dla macierzy wzmocnień, zastosowano przybliżenie (17) i otrzymano poniższy wzór:

$$(20) \quad \varphi = -\tan^{-1} \left( \frac{l_r}{r_r} \omega_{r0} \right).$$

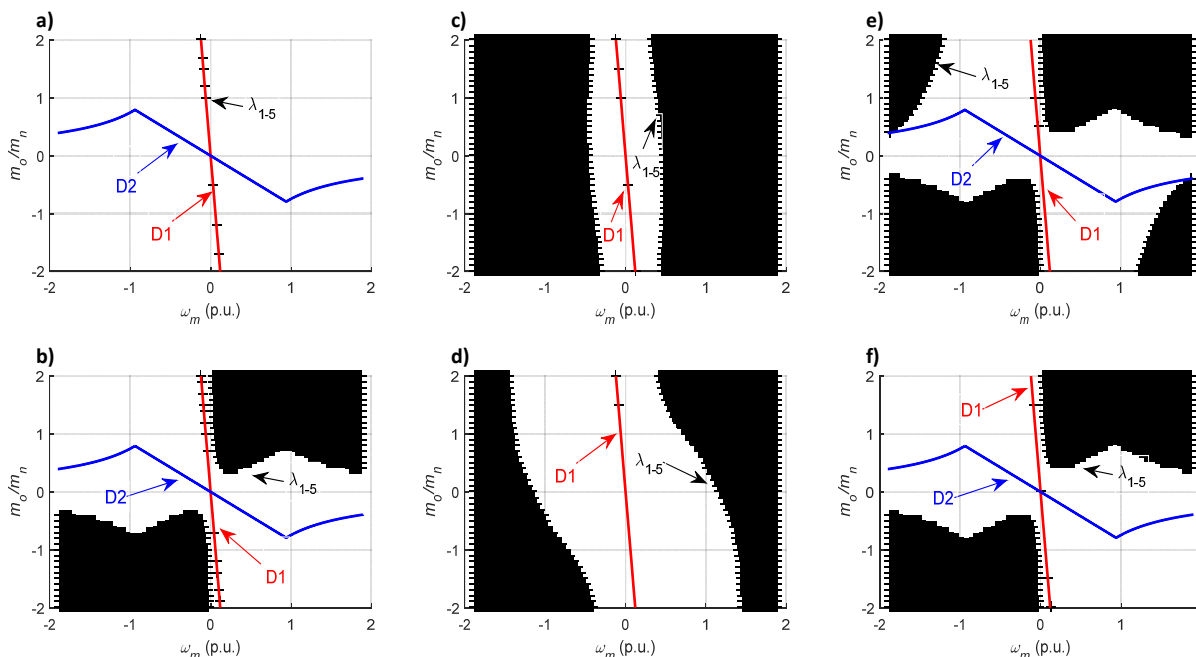
Na rysunkach 5c i 5d przedstawiono zastosowanie tej metody do poprawy stabilności estymatora, a na rysunkach 5e i 5f – wpływ wzmocnień ( $K_p$  oraz  $K_i$ ) regulatora PI w mechanizmie adaptacji na tę metodę. Jak wynika z wykresów na rys. 5c i 5d, dla małych wartości wzmocnień regulatora estymator zachowuje się stabilnie tylko dla małych wartości prędkości (zarówno w zakresie pracy generatorowej silnika, jak i silnikowej). Zwiększenie wartości  $K_p$  i  $K_i$  (rys. 5d) poprawia stabilność estymatora, w szczególności w zakresie pracy generatorowej. W celu całkowitego wyeliminowania niestabilnych punktów w tym trybie pracy, wzmocnienia regulatora musiałyby osiągnąć bardzo duże wartości. W trybie pracy silnikowej, poprawa ta wraz ze wzrostem współczynników  $K_p$  i  $K_i$  następuje dużo wolniej (rys. 5d). W przypadku zastosowania przybliżonego wzoru (20) można zauważyć na rysunkach 5e i 5f, że wzrost współczynnika  $K_p$  pozwala na całkowitą eliminację niestabilnych punktów pracy w trybie generatorowym w zakresie osłabiania strumienia. Należy jednak zwrócić uwagę, że analogicznie jak w przypadku zastosowania wartości macierzy  $\mathbf{G}$  zgodnie z przybliżonym wzorem (18), podczas przejść z trybu pracy silnikowej do pracy generatorowej silnika i odwrotnie należy zmienić wartość kąta przesunięcia.

### Wyniki badań symulacyjnych

Badania symulacyjne zostały przeprowadzone dla układu napędowego z bezpośrednim sterowaniem polowo zorientowanym (Direct Field Oriented Control – DFOC) silnika indukcyjnego. Stabilność estymatora MRAS<sup>CC</sup> była analizowana w pętli otwartej. Symulacje zostały wykonane w trybie pracy generatorowej SI w zakresie osłabiania strumienia. Stabilność estymatora MRAS<sup>CC</sup> przeanalizowano dla następujących wartości prędkości zadanej:

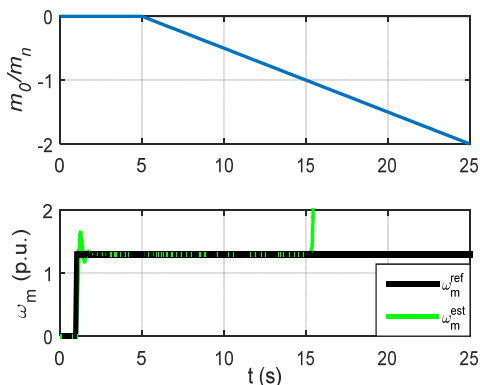
$$\omega_m = \{\pm 1.1 \pm 1.3 \pm 1.5 \pm 1.7 \pm 1.9\} \omega_{mn}.$$

Gdy prędkość silnika i prędkość estymowana osiągały wartość zadaną, załączany był moment obciążenia, który w czasie 20s narastał do podwójnej wartości znamionowej.

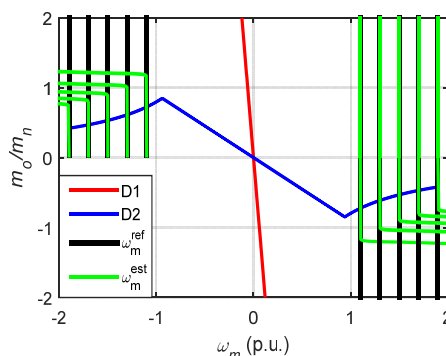


Rys.5. Wyniki teoretyczne. Niestabilne punkty pracy estymatora MRAS<sup>CC</sup>: a)  $\mathbf{G}$  – wzór (16),  $\varphi=0$ ,  $K_p=1, K_i=30$ ; b)  $\mathbf{G}$  – wzór (18),  $\varphi=0$ ,  $K_p=1, K_i=30$ ; c)  $\mathbf{G}=0$ ,  $\varphi$  – wzór (19),  $K_p=1, K_i=30$ ; d)  $\mathbf{G}=0$ ,  $\varphi$  – wzór (19),  $K_p=100, K_i=1000$ ; e)  $\mathbf{G}=0$ ,  $\varphi$  – wzór (20),  $K_p=1, K_i=30$ ; f)  $\mathbf{G}=0$ ,  $\varphi$  – wzór (20),  $K_p=25, K_i=30$

Na rysunku 6 przedstawiono przykładowy przebieg przejściowy prędkości podczas badań symulacyjnych dla wybranej wartości zadanej  $\omega_{m0} = 1.3\omega_{mn}$ . Na podstawie przebiegów prędkości estymowanej dla wszystkich badanych wartości zadanych utworzone zostały wykresy dynamicznych charakterystyk mechanicznych SI w układzie wektorowego sterowania na płaszczyźnie  $m_o \leftrightarrow \omega_m$ , zarówno bez stabilizacji estymatora, jak ze stabilizacją przy wykorzystaniu obu opisanych w artykule metod.

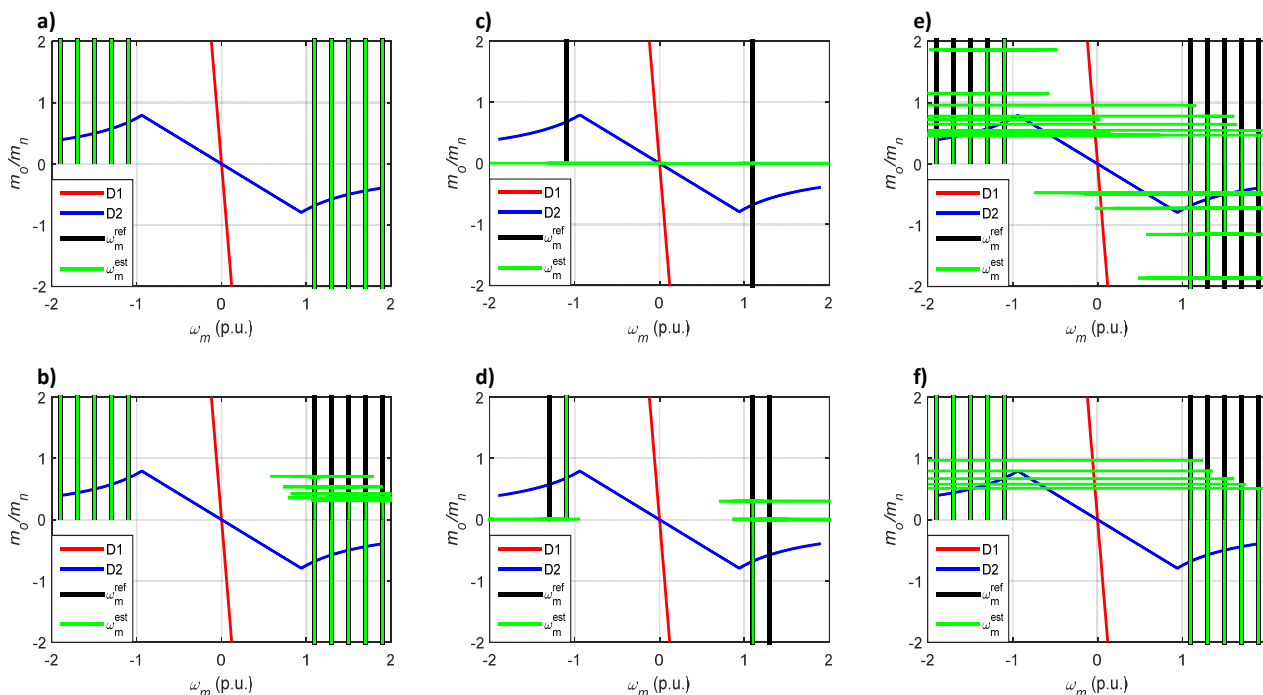


Rys.6. Badania symulacyjne. Przykład przebiegu momentu obciążenia, prędkości zadanej ( $1.3\omega_{mn}$ ) oraz prędkości estymowanej dla  $G=0$  oraz  $\varphi=0$



Rys.7. Badania symulacyjne. Niestabilne punkty pracy estymatora  $MRAS^{CC}$  dla  $G=0$  oraz  $\varphi=0$

Na rysunku 7 przedstawiono wyniki symulacyjne dla wszystkich badanych wartości prędkości w generatorowym oraz w silnikowym trybie pracy silnika w zakresie osłabiania strumienia. Z wykresu wynika, że zgodnie z teoretyczną analizą, w przypadku gdy  $G=0$  oraz  $\varphi=0$ , estymator  $MRAS^{CC}$  zachowuje się niestabilnie wewnątrz przedziału ograniczonego krzywymi D1 i D2. Dodatkowo należy zauważyć, że wraz ze wzrostem prędkości zadanej, estymator zachowuje się niestabilnie dla coraz mniejszych wartości momentu obciążenia, zgodnie z przebiegiem krzywej D2. W I ćwiartce układu współrzędnych estymator zachowuje stabilność w całym zakresie pracy.



Rys.8. Wyniki symulacyjne. Niestabilne punkty pracy estymatora  $MRAS^{CC}$ : a)  $G$  – wzór (16),  $\varphi=0$ ,  $K_p=1, K_i=30$ ; b)  $G$  – wzór (18),  $\varphi=0$ ,  $K_p=1, K_i=30$ ; c)  $G=0$ ,  $\varphi$  – wzór (19),  $K_p=1, K_i=30$ ; d)  $G=0$ ,  $\varphi$  – wzór (19),  $K_p=100, K_i=1000$ ; e)  $G=0$ ,  $\varphi$  – wzór (20),  $K_p=1, K_i=30$ ; f)  $G=0$ ,  $\varphi$  – wzór (20),  $K_p=25, K_i=30$ .

Rysunek 8 ilustruje skuteczność zastosowania opisanych w artykule metod stabilizacji estymatora  $MRAS^{CC}$ , w szczególności w trybie pracy generatorowej silnika w zakresie osłabiania pola. Na rysunkach 8a i 8b przedstawiono analizę stabilności dla metody odpowiedniego doboru macierzy  $G$ . Jak wynika z wykresów, dla macierzy  $G$ , której współczynniki zależą od mierzonych prędkości silnika, estymator jest stabilny w pełnym zakresie pracy. Wykorzystanie wzoru (18) powoduje powstanie niestabilnych punktów pracy w zakresie pracy silnikowej. Jeśli, jak

wspomniano wcześniej, współczynniki macierzy wzmocnień nie zostaną wyzerowane po przejściu do pracy silnikowej, to estymator zachowuje się niestabilnie (I ćwiartka, rys. 8b). Wykorzystanie metody doboru kąta przesunięcia przedstawiono na rysunkach 8c – 8f. Wyniki symulacyjne potwierdzają, że zastosowanie wzoru (19) powoduje otrzymanie niestabilnych punktów pracy dla całego zakresu osłabiania strumienia. Dopiero duży wzrost współczynników wzmocnień regulatora PI w mechanizmie adaptacji pozwala na osiągnięcie stabilności w trybie pracy generatorowej dla

zakresie osłabiania strumienia (zachowanie stabilności dla  $\omega_{m0} = 1.1\omega_{mn}$  – rys. 8d). Zastosowanie przybliżenia (17) pozwala na uzyskanie stabilności w większym przedziale (rys. 8e), jednak nadal pojawiają się niestabilne punkty w generatorowym trybie pracy silnika w zakresie osłabiania strumienia. Zwiększenie wartości współczynnika  $K_p$  do 25 pozwala na całkowite wyeliminowanie niestabilności w tym przedziale. Należy również zwrócić uwagę na to, że zastosowanie wzoru (20) powoduje powstanie niestabilnych punktów pracy w I ćwiartce układu współrzędnych (praca silnikowa – rys. 8e i 8f). W związku z powyższym, należy pamiętać o zmianie wartości kąta przesunięcia przy zmianie trybu pracy silnika.

### Podsumowanie i wnioski

Estymator prądowy MRAS<sup>CC</sup>, zgodnie z teoretycznymi i symulacyjnymi wynikami badań zachowuje się niestabilnie w generatorowym trybie pracy silnika dla prawie całego zakresu pracy (ograniczonego krzywymi D1 i D2), a w szczególności dla analizowanego w artykule zakresu osłabiania strumienia. Jak potwierdzono wynikami badań, można zastosować dwie metody poprawy stabilności: metodę doboru współczynników macierzy wzmocnień estymatora oraz metodę doboru kąta przesunięcia pomiędzy błędem wektora prądu stojana a strumieniem wirnika. Obie metody pozwalają na całkowitą poprawę stabilności estymatora w zakresie osłabiania pola przy wykorzystaniu wyznaczonych zależności. Jednakże obie metody w przypadku zastosowania w bezczujnikowych układach napędowych posiadają taką samą istotną wadę. Wartości wzmocnień macierzy **G** lub wartość kąta  $\varphi$  należy zmieniać przy zmianie trybu pracy silnika z generatorowego na silnikowy i odwrotnie. W przypadku drugiej metody należy również odpowiednio dobrać współczynniki wzmocnień regulatora PI w mechanizmie adaptacji ( $K_p$  oraz  $K_i$ ).

### Załącznik

Tabela 1. Parametry silnika indukcyjnego

Parametr	Wartość [j.fiz.]	Wartość [j.wzg.]
Moc znamionowa	$P_N = 1500$ [W]	$p_n = 0.6211$
Moment znamionowy	$M_N = 10.1588$ [N]	$m_n = 0.6608$
Napięcie znamionowe	$U_N = 230$ [V]	$u_n = 0.7071$
Prąd znamionowy	$I_N = 1.5$ [A]	$i_n = 0.7071$
Prędkość znamionowa	$n_N = 1440$ [obr/min]	$\omega_{mn} = 0.94$
Indukcyjność magnesująca	$L_m = 278.5$ [mH]	$l_m = 1.3314$
Indukcyjność stojana/wirnika	$L_s = L_r = 295.8$ [mH]	$l_r = l_s = 1.4141$
Rezystancja stojana	$R_s = 5.3073$ [ $\Omega$ ]	$r_s = 0.0808$
Rezystancja wirnika	$R_r = 4.8430$ [ $\Omega$ ]	$r_r = 0.0737$
Strumień wirnika	$\Psi_r = 0.9328$ [Wb]	$\psi_r = 0.9009$
Częstotliwość	$f_{sN} = 50$ [Hz]	-
Liczba par biegunów	$p_b = 2$	-
Moment bezwładności	$J = 0.0193$ [kgm <sup>2</sup> ]	-

Współczynniki  $a_{51} - a_{55}$  macierzy (10):

$$(21) \quad \begin{aligned} a_{51} &= -\psi_{ref} \sin \phi \left[ K_i - K_p \left( \frac{r_1}{l_\sigma} + g_{sx} \right) \right] - K_p \psi_{ref} (\omega_{s0} + g_{sy}) \cos \phi \\ a_{52} &= \psi_{ref} \cos \phi \left[ K_i - K_p \left( \frac{r_1}{l_\sigma} + g_{sx} \right) \right] - K_p \psi_{ref} (\omega_{s0} + g_{sy}) \sin \phi \\ a_{53} &= -\frac{K_p \psi_{ref} k_r \omega_{m0} \cos \phi}{l_\sigma} - \frac{K_p \psi_{ref} k_r \sin \phi}{\tau_r l_\sigma} \\ a_{54} &= \frac{K_p \psi_{ref} k_r \cos \phi}{\tau_r l_\sigma} - \frac{K_p \psi_{ref} k_r \omega_{m0} \sin \phi}{l_\sigma} \\ a_{55} &= -\frac{K_p \psi_{ref}^2 k_r \cos \phi}{l_\sigma} \end{aligned}$$

**Autorzy:** mgr inż. Mateusz Korzonek,  
prof. dr hab. inż. Teresa Orłowska-Kowalska,  
Politechnika Wroclawska, Wybrzeże Wyspiańskiego 27,  
50-370 Wrocław,  
E-mail: mateusz.korzonek@pwr.edu.pl  
teresa.orlowska-kowalska@pwr.edu.pl

### LITERATURA

- [1] Kazmierkowski M.P., Blaabjerg F., Krishnan R., Control in Power Electronic – Selected Problems, Academic Press, USA, (2002)
- [2] Holtz J., Sensorless Control of Induction Machines—With or Without Signal Injection?, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 53 (2006), n. 1, 7-30
- [3] Orłowska-Kowalska T., Bezcujnikowe układy napędowe, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej*, 2003
- [4] Schauder C., Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers, *IEEE Trans. on Industry Applications*, 28 (1992), n. 5, 1054-1061
- [5] Tamai S. et al., Speed sensorless vector control of induction motor with model reference adaptive system, *Proc. of IEEE/IAS*, (1987), 189-195
- [6] Peng F.Z., Fukao T., Robust speed identification for speed-sensorless vector control of induction motors, *IEEE Trans. on Industry Applications*, 30 (1994), n. 5, 1234-1240
- [7] Peng F.Z., Fukao T. and Lai J.S., Low-speed performance of robust speed identification using instantaneous reactive power for tachless vector control of induction motors, in *Proc. IEEE Industry Appl. Soc. Annual Meeting*, 1 (1994), 509-514
- [8] Sobczuk D.L., Application of ANN for control of PWM inverter fed induction motor drives; *Ph. D. Dissertation, Warsaw Univ. Technology*, (1999)
- [9] Orłowska-Kowalska T., Dybkowski M., Stator current-based MRAS speed estimator for wide range speed-sensorless induction motor drive. *IEEE Trans Ind. Electronics*, 57 (2010), n. 4, 1296-1308
- [10] Kubota H., Matsuse K., Nakano T., DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor, *IEEE Trans. Industry Appl.*, 29 (1993), n. 2, 344-348
- [11] Vonkomer J., Zalman M., On the stability of current based MRAS, *Proc. of the 39th Annual Conf. of the Industrial Electronics Society IECON'2013*, (2013), 3018-3023
- [12] Korzonek M. Orłowska-Kowalska T., Stability analysis of MRAS<sup>CC</sup> speed estimator in motoring and regenerating mode, *Power Electronics and Drives*, 1(36) (2016), n.1, (w druku)
- [13] Harnefors L., Hinkannen M., Complete stability of reduced-order and full-order observers for sensorless IM drives. *IEEE Trans. Ind. Electronics*, 55 (2008), n. 30, 1319-1329
- [14] Sunwankawin S., Sangwongwanich S., Design strategy of an adaptive full-order observer for speed-sensorless induction motor drives – Tracking performance and stabilization, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 53 (2006), n. 1, 96-119
- [15] Etien E., Chaigne C., Bensialil N., On the Stability of Full Adaptive Observer for Induction Motor in Regenerating Mode, *IEEE Trans Ind. Electronics*, 57 (2010), n. 5, 1599-1608