

doi:10.15199/48.2017.12.26

## Modele symulacyjne wykorzystujące empiryczne rozkłady statystyczne do szacowania wskaźników niezawodności strukturalnej systemów elektroenergetycznych

**Streszczenie.** Oszacowano rozkład czasu trwania stanów systemu. Opracowano symulację strukturalnych wskaźników niezawodności dla dowolnych rozkładów zmiennych losowych. Podano metodę liczbowej zadania prawa rozkładu w symulacji niezawodności strukturalnej.

**Abstract.** The distributions of the duration of the states of the system are investigated. Modeling of structural reliability indicators for arbitrary distributions of random variables is presented. A method is proposed for the numerical specification of the distribution law in the modeling of structural reliability. (Simulation models using empirical statistical distributions to estimate structural reliability indices of electric power systems).

**Słowa kluczowe:** symulacja rozproszona, niezawodność strukturalna, klaster obliczeniowy, system elektroenergetyczny.

**Keywords:** distributed simulation, structural reliability, computing cluster, electric power system.

### Wstęp

Obliczanie niezawodności strukturalnej systemu zasilania [1] opiera się o sumowanie wkładów stanów awaryjnych systemu (dla wysoce niezawodnych systemów na ogół rozważa się jednoczesne awarie jednego, dwóch lub trzech elementów) w wypadkowe wskaźniki niezawodności funkcjonowania systemu.

Tradycyjnie stosowane są metody analityczne do obliczania wkładu stanów awaryjnych w wypadkowe wskaźniki niezawodności funkcjonowania systemu [2]. Podstawą tych metod jest założenie o wykładniczym charakterze rozkładów zmiennych losowych. Znalezienie ustalonych prawdopodobieństw stanów w ramach modeli Markowa funkcjonowania elementów sprowadza się do rozwiązywania układów równań liniowych, które wymaga stosunkowo niewielkiej liczby operacji matematycznych. Rozkład niektórych zmiennych losowych w rzeczywistych systemach, takich jak czas przeglądu zapobiegawczego, znacznie różni się od wykładniczego. Zastąpienie nieznanego prawa rozkładu rozkładem wykładniczym prowadzi w określonych warunkach do znacznych błędów w wynikach.

Zastosowanie technologii cyfrowej doprowadziło do szerokiego upowszechnienia i dostępności zasobów obliczeniowych. Technologia wielordzeniowości (multi-core) oraz integracja rozproszonych zasobów obliczeniowych w organizacji równoległych obliczeń doprowadziły do gwałtownego wzrostu wydajności systemów komputerowych i zmniejszenia kosztów poszczególnych operacji matematycznych. Tworzenie prostego klastra komputerowego nie wymaga zakupu dodatkowego sprzętu, odbywa się bardzo szybko i prosto na bazie istniejącej sieci komputerowej. Jeśli moc obliczeniowa skonfigurowanego klastra nie wystarcza, można użyć mocniejszego klastra, chmury lub superkomputera. W takich okolicznościach metody symulacyjne (oszacowanie wymaganych parametrów za pomocą wystarczająco dużej serii testów, które wymagają dużej ilości operacji matematycznych) stają się konkurencyjne w zastosowaniach praktycznych [3,4,5,6]. Rozproszone modele symulacyjne w języku programowania C++11/14/17 z wykorzystaniem narzędzi biblioteki MPI [7] i AMP [8] umożliwiają przeprowadzenie obliczeń wskaźników niezawodności w rozsądnym czasie (godziny) z dopuszczalnymi zasobami (dziesiątki / setki rdzeni CPU / GPU) z dokładnością (ułamki procenta) porównywalną z dokładnością metod analitycznych [9,10].

Perspektywa zastosowania technik symulacyjnych wiąże się z możliwością wykorzystania w obliczeniach

niezawodności strukturalnej systemów elektroenergetycznych dowolnych rozkładów zmiennych losowych, w tym i tych uzyskanych empirycznie. Gwarantuje to dostosowanie sposobu obliczania niezawodności do konkretnego układu zasilania, a w szczególności uwzględnienie sposobów przeprowadzania napraw awaryjnych i przeglądów zapobiegawczych systemu.

### Wskaźniki niezawodności stanów w modelu symulacyjnym

Każdy element  $E$  systemu elektroenergetycznego (w zastosowaniu do elektroenergetyki to transformator, wyłącznik,...) może znajdować się w jednym z czterech stanów [2]. Przyjmujemy założenie, że  $E_n$  – stan normalnej pracy elementu,  $E_s$  – stan awaryjny występujący między uszkodzeniem elementu i zakończeniem przełączeń operacyjnych,  $E_r$  – stan awaryjnego remontu elementu,  $E_m$  – stan przeglądu zapobiegawczego (zamierzonego odłączenia) elementu;  $t_{Exy}$  [h] – losowy czas przejścia elementu  $E$  ze stanu  $E_x$  do stanu  $E_y$ . Przejścia pomiędzy stanami są zdefiniowane

$$\begin{aligned} E_n &\rightarrow E_m \rightarrow E_n \rightarrow \dots, \\ E_n &\rightarrow E_s \rightarrow E_r \rightarrow E_n \rightarrow \dots \end{aligned}$$

Stan systemu  $S_i$  zależy od stanu każdego elementu systemu. W stanie przeglądu zapobiegawczego (zamierzonego odłączenia) może być tylko jeden element. Przestrzeń stanów i diagram przejść pomiędzy stanami dla 1, 2 i 3 elementów opisano w [2,11].

Proces modelowania polega na generowaniu sekwencji stanów systemu, począwszy od pewnego stanu początkowego (zwykle jest to stan, w którym wszystkie elementy systemu są w stanie normalnej pracy). Dla każdego stanu  $S_i$  generowane lub obliczane są zmienne losowe

$$(1) \quad t_{S_i \rightarrow S_j} = t_{Exy} \quad (j \neq i),$$

opisujące wyjście z tego stanu (przejście do nowego stanu  $S_j$ ). Oblicza się losowy czas przebywania w tym stanie

$$(2) \quad t_{S_i} = \min_j \{t_{S_i \rightarrow S_j}\}.$$

Przeprowadza się korektę całkowitego czasu spędzonego w odpowiednim stanie i liczby wystąpień tego stanu jak

poniżej

```
if ((int)tSi >= INTERVAL-1 ) {  
    TSi[INTERVAL-1] += tSi ;  
    NSi[INTERVAL-1] += 1 ;  
    else {TSi[(int)tSi] += tSi ;  
    NSi[(int)tSi] += 1 ;
```

Tutaj TS<sub>i</sub>, NS<sub>i</sub> – wektory wymiaru INTERVAL, i

$$(3) \quad TS_i[k]/NS_i[k] = \gamma \approx k+0,5, \gamma \in [k; k+1].$$

Zastosowanie wektorów i operatora  $(int)t_{S_i}$  pozwala zebrać zestaw statystyk w procesie modelowania dla przedziałów czasowych

[0; 1), [1; 2), ..., [INTERVAL-1; ∞) [h]

pozostawania w określonym stanie.

Proces modelowania kończy się gdy całkowity czas symulacji osiąga zadaną wartość

$$(4) \quad T = \sum_i \sum_k TS_i[k] > T_0.$$

Zalecane oszacowania czasu symulacji  $T_0$  dla modeli jednego i dwóch elementów przedstawiono w [9,10].

Wartości

$$(5) \quad PS_i[k] = TS_i[k] / T,$$

$$(6) \quad fS_i[k] = NS_i[k] / T,$$

$k=0, 1, 2, \dots, INTERVAL-1$  przedstawiają otrzymane na podstawie wyników symulacji statystyczne oszacowania odpowiednio prawdopodobieństwa i częstości występowania stanu  $S_i$  w przedziale czasu  $[k; k+1)$ . Jeżeli stan  $S_i$  jest MC-stanem awaryjnym [1,2], to przedstawione wartości mogą być traktowane jako wkład odpowiedniego podstanu stanu  $S_i$  do wypadkowych wskaźników niezawodności systemu.

Wskaźniki niezawodności  $PS_i[k]$ ,  $fS_i[k]$  pozwalają badać czas trwania stanów  $S_i$  systemu. Jest to ważne w analizie długotrwałych awarii mających bardzo poważne skutki ogólnosystemowe i dla klientów handlowych o nieliniowych funkcjach kosztów [12].

### Rozkłady nie będące wykładniczymi

Średnie wskaźniki niezawodności (prawdopodobieństwo, częstotliwość, czas trwania stanu) są podobne dla różnych rozkładów o jednakowych charakterystykach (zamiana prawa rozkładu nierzadko nie wprowadza istotnych błędów do wartości asymptotycznych obliczonych dla dużych odstępów czasowych [1]). Na tym opiera się szerokie wykorzystanie rozkładu wykładniczego do obliczeń niezawodności. Jednak w trakcie obliczeń czasów trwania stanów prawo rozkładu istotnie na nie wpływa i ignorowanie tego prawa albo zastąpienie go prawem wykładniczym prowadzi do zniekształcenia (nieadekwatności) wyników obliczeń [13].

Techniki modelowania pozwalają przeprowadzać obliczenia niezawodności dla dowolnych rozkładów zmiennych losowych. Liczby pseudolosowe generowane są na podstawie biblioteki liczb losowych (zdefiniowanej w nagłówkowym (dołączonym) pliku `<random>` C++14/11/17) [14]. Biblioteka liczb losowych zawiera zestaw generatorów liczb pseudolosowych (w

szczegółowości, `mt19937_64` generator (początkowa\_wartosc) – 64-bitowy Mersenne Twister), które generują całkowitoliczbowe ciągi o równomiernym rozkładzie, i szereg klas rozkładów liczb losowych (w szczególności, `uniform_real_distribution <> urd (0, 1)` – liczby równomiernie rozmieszczone w przedziale [0; 1], `exponential_distribution <> EXPO_tExy (TExy0)` – rozkład wykładniczy z parametrem TExy0, `lognormal_distribution <> LogN_tExy (m, s)` – rozkład logarytmicznie normalny z parametrami m, s), które przekształcają równomierny rozkład liczb pseudolosowych w różne rozkłady statystyczne.

Testowe numeryczne wskaźniki niezawodności TExy0 dotyczące elementu I systemu zasilania [2,9,10]: TIns0 = 1/0,01 [rok] – średni czas przejścia elementu I ze stanu In do stanu Is; TInm0 = 1/2,2 [rok]; TIsr0 = 2/8760 [rok]; TIrn0 = 11,39/8760 [rok]; TIIm0 = 7,96/8760 [rok].

W procesie modelowania zachowania się pojedynczego elementu ( $T_0=10^{12}$ ) losowy czas przejścia między stanami modelowano za pomocą rozkładu wykładniczego

$$t_{Exy} = EXPO\_tExy (generator)$$

i rozkładu logarytmicznie normalnego

$$t_{Exy} = LogN\_tExy (generator).$$

Parametry m, s rozkładu logarytmiczno normalnego określano poprzez rozwiązanie układu równań nieliniowych

$$\exp(m+(1/2)*s^2) = TExy0,$$

$$\exp(s^2+2*m) * (\exp(s^2)-1) = (TExy0/4)^2,$$

gdzie wyrażenia po lewej stronie przedstawiają odpowiednio wartość średnią i wariancję tego rozkładu, TExy0 – parametr rozkładu wykładniczego.

Podejście to pozwoliło porównać wyniki symulacji dla wykładniczych i logarytmicznie normalnych rozkładów czasu przejścia między stanami. Szacunki prawdopodobieństwa różnych czasów trwania PIR dla modelu jednego elementu pokazano na rysunku 1.

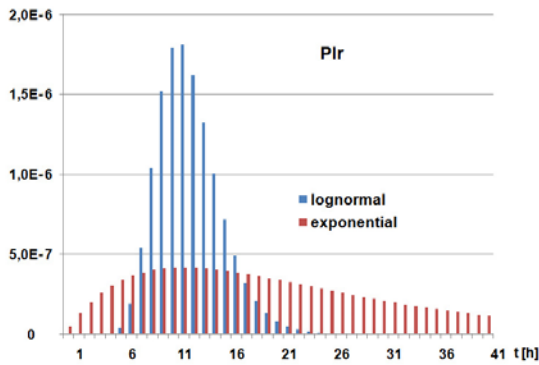
W przypadku przebywania w stanie I<sub>r</sub> za pomocą modelowania otrzymano oszacowanie prawdopodobieństwa  $1,3 \cdot 10^{-5}$ . Wyniki dla rozkładów wykładniczego i logarytmicznie normalnego różnią się o mniej niż  $10^{-4}\%$ . Jednak prawo rozkładu logarytmicznie normalnego zapewnia bardziej zwarty przedział wokół średniej wartości 11,39 [h] modelowanej wielkości, co dokładniej opisuje stan naprawy elementów.

### Numeryczne zadanie prawa rozkładu

Nowoczesne systemy sterowania systemów energetycznych prowadzą monitoring i archiwizację zdarzeń i stanów systemu. Analiza statystyczna tej informacji pozwala uzyskać empiryczne oszacowanie rozkładu zmiennej losowej. Empiryczne szacunki nie zawsze opisywane są teoretycznymi prawami z wystarczającą dokładnością. Opis relacji empirycznych prawem teoretycznym wymaga zbadania poprawności i adekwatności tego opisu. Wydaje się właściwym, aby korzystać bezpośrednio z otrzymanej empirycznie zależności (reprezentacji liczbowej prawa rozkładu zmiennej losowej) w modelu symulacyjnym.

Generowanie zmiennej losowej  $t_{Exy}$  z prawem rozkładu  $y=F(x)$  oparte jest o metodę funkcji odwrotnej [15]

$$t_{Exy} = F^{-1} (urd (generator)).$$



Rys.1. Prawdopodobieństwa różnych czasów trwania stanu  $PIr$  dla rozkładów wykładniczego i logarytmicznie normalnego

Prawo rozkładu  $F^{-1}$  wielkości losowej umieszcza się w pamięci komputera w postaci współrzędnych funkcji rozkładu. Każda para współrzędnych składa się z liczby losowej  $y$  i odpowiadającej jej wartości funkcji  $F^{-1}(y)$ . Przybliżona metoda funkcji odwrotnej opiera się na odcinkami liniowej aproksymacji funkcji rozkładu wielkości losowej.

Jako przykład rozważane jest liczbowe zadanie rozkładu wykładniczego wielkości  $t_{Exy}$  w postaci wektora

```
#define N 5000
double Num_EXPO_tExy [N];
```

o wartościach

```
for (int i = 0; i < N; i++) {
    Num_EXPO_tExy [i] =
    -(log(1 - (double)i/(double)N )) / TExy0;
}
```

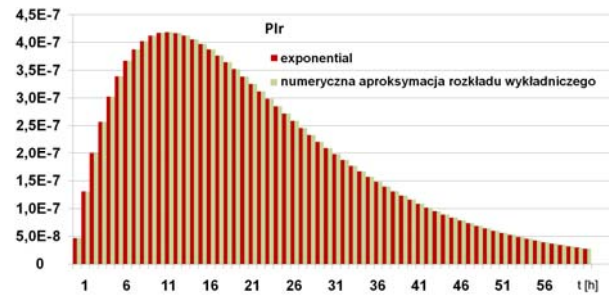
Obliczenie zmiennej losowej o numerycznym (empirycznym) prawie rozkładu  $Num\_EXPO\_tExy$  przeprowadza się następująco

```
y=urd (generator);
n1 = (int)(y * (double)N);
n2 = n1 + 1;
    if (n1 >= N-1)
    {
         $t_{Exy} = -(\log(1 - y)) / TExy0;$ 
    }
    else
    {
        double x2, x1, y2, y1;
        x1 = Num_EXPO_tExy [n1];
        x2 = Num_EXPO_tExy [n2];
        y1 = n1/(double)N;
        y2 = n2/(double)N;
         $t_{Exy} = (x2-x1)*(y-y1)/(y2-y1)+x1;$ 
    }
}
```

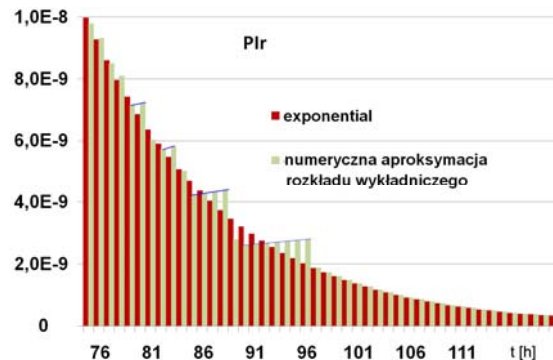
Rysunki 2, 3 przedstawiają wyniki symulacji prawdopodobieństwa różnych czasów trwania stanu  $PIr$ .

W przedziale  $[0; 70]$  błąd względny nie przekracza 1%. Następnie zaczynają się wahania błędów. W przedziale  $[89; 96]$  błąd względny waha się od 2% do 40%. Przy tym wyraźnie widać liniowy wzrost prawdopodobieństwa stanów spowodowany odcinkowo liniową aproksymacją funkcji rozkładu empirycznego (linia trendu na rysunku). Wyniki różnią się istotnie od wyników uzyskanych dla rozkładu wykładniczego. Następnie, jeśli  $t > 100$ , błąd nie

przewyższa ułamek procentu dzięki wykorzystaniu analitycznego wyrażenia dla  $F^{-1}$ .



Rys.2. Rozkład czasu trwania stanów dla przedziału czasu  $[0; 60]$



Rys.3. Rozkład czasu trwania stanów dla przedziału czasu  $[75; 115]$

Gdy funkcja rozkładu zbliża się do 1 wówczas numeryczna odcinkami liniowa aproksymacja  $F^{-1}$  prowadzi do znacznego wzrostu błędów. W przedziale  $[1-\alpha; 1]$  zaleca się użycie wyrażenia analitycznego, które zapewnia dla małych  $\alpha$

$$(7) \quad F^{-1}(y) \xrightarrow{y \rightarrow 1-0} +\infty.$$

Długotrwały remont jest bardzo mało prawdopodobnym zdarzeniem. Jego analiza z powodu ograniczonej wielkości próby przy konstruowaniu funkcji rozkładu empirycznego jest niemożliwa i wymaga założenia dotyczącego zachowania się funkcji rozkładu w nieskończoności.

Numeryczne przedstawienie empirycznych funkcji rozkładu może być również zastosowane w praktycznych obliczeniach wskaźników niezawodności systemów zasilania.

### Wnioski

Zastosowanie metod symulacyjnych w obliczeniach niezawodności strukturalnej złożonych systemów pozwala określać wskaźniki niezawodności podstano analizowanych stanów różniących się czasem trwania; używać do obliczania różnych (innych niż wykładniczy) praw rozkładu zmiennych losowych; liczbowo określać prawo rozkładu na podstawie statystycznego przetwarzania danych.

Uzyskiwane na podstawie modeli symulacyjnych rozkłady czasów trwania stanów pozwalają obliczać wskaźniki niezawodności systemu oparte o rozkłady zmiennych losowych opisujących dokładnie badany system, a nie na podstawie ich średnich wartości zakładających rozkład wykładniczy.

**Autor:** prof. dr hab. inż. Andrey Grishkevich, Politechnika Częstochowska, Instytut Informatyki, al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: [a.grishkevich@el.pcz.czest.pl](mailto:a.grishkevich@el.pcz.czest.pl), [grishkev\\_ramb@rambler.ru](mailto:grishkev_ramb@rambler.ru).

#### LITERATURA

- [1] Endrenyi J., Reliability Modeling in Electric Power Systems, John Wiley, New York (1978).
- [2] Grishkevich A.A., Hudym V.I., Kruczynin A.M., Sawicki A., Zagadnienia energetyczne wybranych współczesnych urządzeń i systemów elektrostalowniczych, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa (2010).
- [3] Sawicki B., Krupa A., Experiments with models of variability for biological tissues, *Przegląd Elektrotechniczny*, R92 (2016), nr. 7, 83-86.
- [4] Prauzner T., Interactive computer simulation as a response to contemporary problems of technical education, in *Society, Integration, Education: Proceedings of the International Scientific Conference*, Latvia, Rēzeknes Tehnoloģiju akadēmija, vol. II (2016), 579-588.
- [5] Borowik L., Sawicki A., Selected aspects of modeling the electric arc column in the gas at reduced pressure, *High Temperature Materials and Processes*, vol. 16 (2012), nr 4, 275-296.
- [6] Marciniak L., Modeling of Digital Earth Fault Protection Using PSCAD, *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. R85 (2009), nr. 3, 192-195.
- [7] DeinoMPI. (<http://mpi.deino.net/>)
- [8] Gregory K., Miller A., C++ AMP: Accelerated Massive Parallelism with Microsoft Visual C++, Punished with the authorization of Microsoft Corporation by O'Reilly Media, Inc (2012).
- [9] Grishkevich A., Rozproszone modele symulacyjne pozwalające oszacować wskaźniki niezawodności strukturalnej systemów elektroenergetycznych, *Przegląd Elektrotechniczny*, R91 (2015), nr. 12, 106-109.
- [10] Grishkevich A., Modele symulacyjne do szacowania wskaźników niezawodności strukturalnej systemów elektroenergetycznych tworzone na bazie kart graficznych, *Przegląd Elektrotechniczny*, R93 (2017), nr. 3, 44-47.
- [11] Grishkevich A., Burmutaew A., Modelling the organization of maintenance and emergency repairs for calculating the reliability of electric power systems, in *Forecasting in electric power engineering: Works of 10th international scientific conference*, Polska, Częstchowa (2010), 195-197.
- [12] Wang P., Goel L., Power Distribution System Reliability Evaluation Using Both Analytical Reliability Network Equivalent Technique and Time-sequential Simulation Approach, in Faulin J., Juan A.A., Martorell S., Ramírez-Márquez J.-E. (Editors), *Simulation Methods for Reliability and Availability of Complex Systems*, Springer, London, Dordrecht, Heidelberg, New York (2010), 145-173.
- [13] Zapata C.J., Garcés L.P., Gómez O., Reliability Assessment of Energy Limited Systems Using Sequential Montecarlo Simulation, *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition*, Latin America, Venezuela (2006), 1-6.
- [14] <random> (<https://msdn.microsoft.com/en-us/library/bb982398.aspx>)
- [15] Saucier R., Computer Generation of Statistical Distributions, *Army Research Lab Aberdeen Proving Ground MD.*, Storming Media (2000).