

Kaskadowy dzielnik napięcia z autokalibracją - podstawy teoretyczne

Streszczenie. W pojedynczym układzie kondycjonującym z autokalibracją, który obniża mierzone wysokie napięcie do wartości akceptowanych przez współczesne przetworniki A/C, wykorzystywana jest zależność, która dla dużej wartości podziału napięć ma bardzo niekorzystne uwarunkowanie numeryczne. Powoduje to duże błędy identyfikacji tej stałej. Wersja kaskadowa układu eliminuje tę wadę. Metodą indukcji matematycznej wykazano, że najmniejsze błędy identyfikacji uzyskuje się, gdy wszystkie segmenty kaskady mają identyczną stałą podziału napięć.

Abstract. The one segment voltage conditioning circuit with autocalibration that reduces high voltages to the values accepted by contemporary AD converters is characterized by an unfavorable condition number of an equation used during identification procedure. The cascade version of the divider eliminates this disadvantage and considerably reduces identification error. The lowest identification error occurs for the same voltage ratio of each segment of the cascade. (**Cascade voltage divider with autocalibration - theoretical background**).

Słowa kluczowe: dzielnik napięcia, kaskada, autokalibracja, harmoniczne, błąd graniczny.

Keywords: voltage divider, cascade, autocalibration, harmonic frequencies, uncertainty.

Wstęp

W pracy [1] zaprezentowano nowatorską metodę pomiarową napięcia i jedną z wersji układu, który ją realizuje. Oprócz wielu unikalnych zalet, z których najważniejszą jest autokalibracja układu kondycjonowania, metoda ta posiada jednak wadę. Jest nią złe uwarunkowanie numeryczne równania, na podstawie którego wyznacza się wartość stałej podziału przetwornika tylko na podstawie wyników pomiarów napięć wewnętrznych układu. Szczegółową analizę tego nieliniowego problemu oraz propozycję jego linearyzacji przedstawiono w następnym rozdziale.

W pomiarach, w których konieczne jest obniżenie napięć rzędu kilkuset woltów do poziomu akceptowanego przez typowe przetworniki A/C, czyli $\pm 10V$ DC, wskaźnik uwarunkowania numerycznego ma jeszcze na tyle małe wartości, że błędy graniczne pomiaru wewnętrznych napięć układu przenoszą się w niewielkim stopniu na wynik identyfikacji stałej podziału. Wtedy moduł identyfikowanej stałej podziału, reprezentowanej przez liczbę zespoloną, przyjmuje niewielkie wartości, przykładowo nie przekraczające wartości 10.

W przypadku pomiaru bardzo wysokich napięć, rzędu kilkudziesięciu lub kilkuset kV, zwielokrotnienie nawet bardzo małych błędów granicznych pomiaru wewnętrznych napięć układu, jest na tyle duże, że błąd graniczny identyfikacji stałej podziału układu uzyskuje wartości nie do zaakceptowania. Analizę tego problemu dla najgorszego przypadku przedstawiono w kolejnym rozdziale.

Powyższą niedogodność można usunąć poprzez zastosowanie wersji kaskadowej układu kondycjonowania, zgłoszonej w [2]. Dyskusję propagacji błędów dla kaskady dzielników złożonych z 2 i N segmentów zawarto w dwóch następnych rozdziałach.

W części końcowej przedyskutowano zagadnienie doboru liczby segmentów kaskadowej struktury.

W podsumowaniu przedstawiono ograniczenia i wskazano perspektywy proponowanej metody pomiarowej.

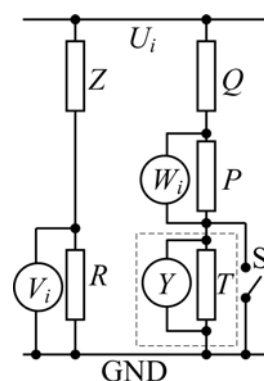
W analizie teoretycznej przyjęto zasadę - wskazy, jako liczby zespolone, reprezentują napięcia mierzone na wewnętrznych impedancjach układu dzielnika. Wskazy te uzyskuje się przez zastosowanie DFT do próbkowanych synchronicznie, z wysoką częstotliwością, przebiegów napięć występujących na wybranych impedancjach układu. Wskazy są wyznaczone niezależnie dla każdej harmonicznej, która została ujawniona w rejestrowanym

napięciu. Równania przedstawione w całej pracy należy rozważać dla każdej składowej harmonicznej niezależnie.

Pojedynczy segment dzielnika

Układ z [1], przedstawiony na rysunku 1, realizuje procedurę autokalibracji i ma za zadanie wyznaczenie stałej podziału K (1) dzielnika napięcia zbudowanego z impedancji o nieznanych wartościach, oznaczonych jako Z i R . Nieznane są również wartości impedancji P , Q oraz T . Także nie są znane relacje pomiędzy wszystkimi impedancjami układu. Przyjęto, że te impedancje uwzględniają, również nieznaną, impedancję wejściową dołączonych do nich równolegle woltomierzy, wraz z przewodami przyłączeniowymi. Wszystkie te impedancje mogą mieć charakter zarówno rezystancyjny, pojemnościowy jak i indukcyjny. Jedynym kryterium doboru ich wartości jest to, aby napięcia na nich występujące pokrywały około 80 % zakresu napięć wejściowych stosowanych przetworników A/C. Dopuszcza się również powolną fluktuację wartości tych impedancji pod wpływem zmian środowiskowych lub starzenia.

$$(1) \quad K = \frac{U_i}{V_i} = \frac{Z + R}{R}, i = 1, 2$$



Rys.1 Schemat pojedynczej wersji dzielnika z autokalibracją

Procedura wyznaczania stałej K realizowana jest w 2 krokach, w trakcie których zakłada się, że wartości wszystkich impedancji nie ulegają zmianie w tak krótkim przedziale czasu.

W pierwszym kroku dla $i=1$ styk S_i , oznaczony jako S_1 , jest zamknięty. Wyznaczane są tylko wskazy V_1 i W_1 , przy

założeniu, że w trakcie tego pomiaru napięcie wejściowe U_1 nie zmienia się.

W drugim kroku dla $i=2$ styk S_i , oznaczony jako S_2 , jest otwarty. Wyznaczane są tylko wskaźy V_2 i W_2 oraz Y , przy założeniu, że w trakcie tego pomiaru napięcie wejściowe U_2 nie zmienia się. Dopuszcza się, aby moduły U_1 i U_2 miały różne wartości. Taka sytuacja często ma miejsce w sieci energetycznej podczas jej normalnej pracy. Wynika stąd, że moduły wskaźów V_1 oraz V_2 również mogą się różnić w ślad za zmianami mierzonego wejściowego napięcia.

Do identyfikacji wartości stałej dzielnika stosowana jest zależność (2) [1] wykorzystująca wyniki rejestracji powyżej opisanej procedury.

Poszukiwana wartość stałej K zostaje określona poprzez jednoczesne pośrednie wyznaczenie wskaźu wejściowego napięcia dzielnika U_2 przy wykorzystaniu (2) i bezpośrednie wyznaczenie wskaźu jego napięcia wyjściowego V_2 , a następnie wyliczeniu ilorazu tych wskaźów.

$$(2) \quad U_2 = KV_2 = \frac{W_1 Y}{V_2 W_1 - W_2 V_1} V_2 = \frac{I}{I - \lambda} Y = \Gamma Y$$

gdzie:

$$(3) \quad \Gamma = \frac{I}{I - \lambda}, \quad \lambda = \frac{W_2 V_1}{W_1 V_2}$$

$$(4) \quad \delta_{U_2} = \delta_{\Gamma} + \delta_Y$$

Do oszacowania względnego błędu granicznego (4) pośredniego wyznaczenia wartości wskaźu U_2 zastosowano pochodną logarymiczną. Taki błąd jest rozważany w dalszej części tekstu, chyba, że będzie jawnie określony błąd jako bezwzględny. Na wartość błędu wyznaczenia U_2 jednakowy wpływ mają oszacowania błędu δ_{Γ} określenia wartości współczynnika Γ , reprezentowanego przez liczbę zespoloną oraz błędu δ_Y wyznaczenia wskaźu napięcia Y . W stosunku do wskaźu napięcia Y obowiązują dobrze zdefiniowane procedury oszacowania jego błędów, określone w specyfikacji stosowanego woltomierza oraz proponowane w [3].

Oszacowanie δ_{Γ} jako funkcji impedancji Q i T

Dla pośredniego wyznaczenia wartości wskaźu napięcia U_2 można dobrać wartości elementów gałęzi dzielnika o zmiennej konfiguracji, z impedancjami: P , Q i T , na wiele sposobów. Jeżeli w układzie zastosujemy impedancję T o małej wartości modułu w porównaniu do modułu dominującej impedancji Q , to moduł wskaźu napięcia Y będzie niewielki. Wtedy, aby uzyskać oczekiwaną wartość modułu wskaźu napięcia U_2 , moduł Γ powinien mieć duże wartości, przez co moduł λ powinien być niewiele mniejszy od 1. Jest to zgodne z faktem, że włączenie impedancji T o niewielkim module w porównaniu do modułu impedancji całej gałęzi powoduje niewielką zmianę modułu prądu płynącego w tej gałęzi, a przez to moduł ilorazu wskaźów napięć W_2 i W_1 mierzonych na impedancji P będzie również niewiele mniejszy od jedności. Wtedy błędy wyznaczenia tych wskaźów mogą prowadzić do sytuacji, że mianownik zależności (3) określającej Γ przyjmie wartości zbliżone do oszacowanego bezwzględnego błędu jego określenia, a w szczególnych przypadkach zmieni on znak.

Jeżeli włączana jest impedancja T o znacznie większej wartości modułu, to spowoduje to istotną zmianę wartości prądu w tej gałęzi, a przez to moduł ilorazu wskaźów napięć W_2 i W_1 będzie istotnie mniejszy od jedności. W efekcie

oszacowanie bezwzględnego błędu wyznaczenia mianownika będzie już o wiele mniejsze od jego wartości.

Zatem, aby uzyskać wynik pomiaru napięcia U_2 o jak najmniejszym błędzie należy stosować impedancję T o jak największej wartości modułu. Wówczas pojawia się problem bezpośredniego pomiaru i wyznaczenia wskaźu napięcia Y o dużej wartości modułu.

W ogólnej wersji procedury autoidentyfikacji zakłada się, że poszukiwana stała dzielnika jest określana jako wartość zespolona. Najbardziej niekorzystnym przypadkiem jest sytuacja, gdy wszystkie liczby zespolone leżą na jednej prostej, czyli wszystkie podzespoły zastosowane w każdej gałęzi dzielnika mają taki sam kąt stratności. Dla tego przypadku wystarczające jest przeprowadzenie obliczeń tylko na modułach wskaźów z uwzględnieniem ich znaku.

Niech Δ oznacza bezwzględny błąd wyznaczenia wskaźów mierzonych napięć a Γ_{Δ} oznacza wartość zaburzoną Γ spowodowaną przez Δ . Ponieważ napięcia, dla których wyznaczane są wskaźy W_1 i W_2 oraz V_1 i V_2 powinny być mierzone takimi samymi przetwornikami A/C i mają zbliżone wartości modułów (oprócz W_2) oraz ta sama procedura jest stosowana do wyznaczania ich wskaźów, to należy oczekiwać, że bezwzględny błąd ich wyznaczenia będzie porównywalny dla każdego z nich. Zależy on głównie od błędów całkowitej nieliniowości przetwornika A/C i jego rozdzielczości. Względny błąd oszacowania Γ określony jest przez (5) a w uproszczonej formie przez (7) przy zastosowaniu oznaczeń i przybliżeń (6). Postać tej formuły wynika z poniżej przedstawionej analizy numerycznej przykładu.

Należy podkreślić, że w przypadku wyznaczania ilorazu wskaźów napięć, błędy wzmocnienia przetwornika wzajemnie się upraszczają. Dlatego stosowany woltomierz nie musi być wyposażony w źródło napięcia referencyjnego wysokiej klasy. Podobnie, błędy zera przetwornika mogą być pominięte, gdyż wpływają one tylko na składową stałą wyniku analizy DFT, a przedmiotem zainteresowania są sinusoidalne składowe rejestrowanych przebiegów.

$$\delta_{\Gamma} = \left| \frac{\Gamma_{\Delta} - \Gamma}{\Gamma} \right| = \left| \frac{\frac{I}{I - \frac{(V_1 + \Delta)(W_2 + \Delta)}{(V_2 - \Delta)(W_1 - \Delta)}} - I}{\frac{I}{I - \frac{V_1 W_2}{V_2 W_1}}} \right|$$

$$(5) \quad = \left| \frac{I - \lambda}{I - \lambda \left(\frac{I + \frac{\Delta}{W_2} + \frac{\Delta}{V_1} + \frac{\Delta \Delta}{V_1 W_2}}{I - \frac{\Delta}{W_1} - \frac{\Delta}{V_2} + \frac{\Delta \Delta}{V_2 W_1}} \right)} - I \right|$$

$$(6) \quad \delta = \left| \frac{\Delta}{V_1} \right| \approx \left| \frac{\Delta}{V_2} \right|, \quad \delta \approx \left| \frac{\Delta}{W_1} \right|, \quad \left| \frac{\Delta \Delta}{V_2 W_1} \right| \approx 0, \quad \left| \frac{\Delta \Delta}{V_1 W_2} \right| \approx 0,$$

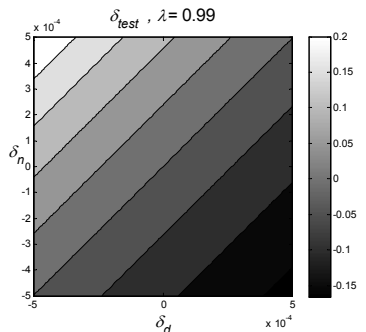
$$\frac{I}{W_2} = \frac{V_1}{\lambda W_1 V_2} \approx \frac{I}{\lambda W_1}$$

$$(7) \quad \delta_{\Gamma} \approx \left| \frac{I - \lambda}{I - \lambda \left(\frac{I + \frac{I}{\lambda} \delta + \delta}{I - \delta - \delta} \right)} - I \right|$$

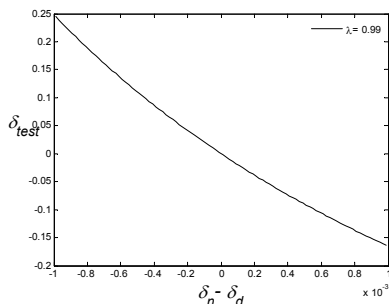
Przykład liczbowy oszacowania δ_r

W przykładzie posłużono się pomocniczą zmienną δ_{test} (8) ilustrującą zmianę wartości δ_r w zależności od niedokładności określania wskazów W_1 i W_2 . Przyjęto założenie, że zaburzenia względne licznika i mianownika w ułamku mianownika (8) reprezentowane są jako δ_n i δ_d . Symulacje przeprowadzono dla ustalonej wartości $\Gamma=100$ ($\lambda=0,99$) oraz dla 101 wartości δ_n i δ_d z przedziału $\langle -0,005, 0,005 \rangle$. W obliczeniach uwzględniono znak zaburzenia. Uzyskane wartości δ_{test} przedstawiono na rysunku 2 w postaci grafu. Dla zbliżonych co do wartości zaburzeń ($\delta_n \approx \delta_d$), δ_{test} uzyskuje zerową wartość, co ilustruje jedna przekątna grafu z rysunku 2. Z kolei wartości δ_{test} uzyskiwane wzdłuż przeciwnej przekątnej przedstawia wykres na rysunku 3. Zależność (8) określająca wartość maksymalną modułu δ_{test} od względnej wartości błędu wyznaczenia wskaźnika mierzonego napięcia, przy ustalonym $\lambda(\Gamma)$ ma niekorzystne uwarunkowanie numeryczne. Dla niewielkich błędów δ , mniejszych od promila, δ_{test} uzyskuje wartości kilkudziesięciu %. Ponadto, ze względu na nieliniowość (8) istnieje niebezpieczeństwo, że dla określonego λ i ujemnych δ_n o niewielkim module, mianownik tej zależności może przyjąć zerową wartość a nawet zmienić znak. Im moduł λ jest bliższy jedności, tym to zagrożenie jest bardziej realne nawet dla małych wartości modułu δ .

Największą wartość modułu δ_{test} , dla niewielkich wartości Γ otrzymuje się gdy δ_n przyjmuje największą a δ_d najmniejszą wartość z powyżej określonego przedziału. Pośrednie przypadki oszacowania δ_{test} , w których w liczniku lub w mianowniku występują kombinacje + i - dają już mniejsze wartości modułu δ_{test} . Narzuca to formę zależności (7) jako podstawę bezpiecznego oszacowania δ_r w zależności od szacowanej wartości δ oraz dla ustalonego λ .



Rys.2 Zależność δ_{test} od zaburzeń δ_d i δ_n



Rys.3 Wartości δ_{test} dla przekątnej z rysunku 2

Próba oszacowania błędu w odniesieniu do Γ poprzez rozwinięcie (7) w szereg Maclaurina jest ryzykowna z tego powodu, że zależność określająca δ_r jako funkcję δ jest silnie nieliniowa. Moduł jej pochodnej wzrasta wraz ze

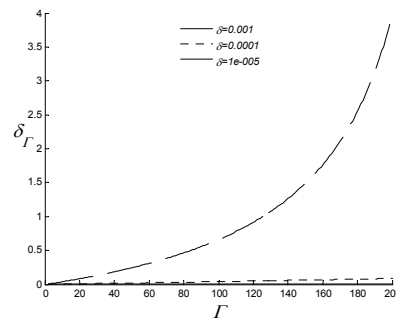
wzrostem modułu Γ . Może to powodować znaczące zaniżenie oszacowanej wartości δ_r .

Badanie zależności δ_r jako funkcji Γ przedstawiono w kolejnym rozdziale.

$$(8) \quad \delta_{test} = \frac{I - \lambda}{I - \lambda \left(\frac{I + \left(I + \frac{I}{\lambda} \right) \delta_n}{I + 2\delta_d} \right)} - I$$

Nieliniowa zależność $\delta_r(\Gamma)$ dla pojedynczego segmentu

Oszacowanie δ_r jako nieliniowej zależności wiążącej δ oraz Γ przeprowadzono metodami symulacyjnymi przy zastosowaniu (7).



Rys.4 Zależność δ_r od Γ dla ustalonego parametru δ

Uzyskane rezultaty badań symulacyjnych, przedstawione na rysunku 4, potwierdzają silną niekorzystną nieliniowość zależności δ_r jako funkcji Γ przy akceptowanym błędzie δ wyznaczania wskazów wewnętrznych napięć dzielnika na poziomie 0,001. Szczególnie jest to widoczne dla dużych wartości Γ .

Wstępnie przyjęto, że dla wartości $\Gamma < 10$ charakterystykę tę można aproksymować siecią o współczynniku kierunkowym η , która majoryzuje badaną krzywą. Wartości η dla wybranych parametrów δ i ustalonego $\Gamma=10$ (stąd oznaczenie η_{10}) przedstawia tabela 1. Współczynnik η określa w jakim stopniu błędy pomiaru napięć wewnętrznych układu przenoszą się na wartość błędu wyznaczenia Γ dla określonej wartości Γ zgodnie z (9). Przedstawiono także wartości η_{40} oraz η_{200} , aby liczbowo zilustrować tę nieliniową zależność. Na podstawie tabeli 1 można wnioskować, że zwielokrotnienie błędów δ_r w stosunku do δ osiąga wartość nie mniejszą niż 38 dla $\Gamma=10$ dla każdej wartości δ (przykładowo $\delta_r=0,0385$ dla $\delta=0,001$). Z kolei dla większych wartości Γ to zwielokrotnienie przyjmuje większe wartości i nie można zaobserwować liniowego związku z δ . Z rysunku 4 wynika, że dla $\Gamma=200$ i $\delta=0,001$ to zwielokrotnienie zbliża się do wartości 4000. Ta wartość jest nie do zaakceptowania.

$$(9) \quad \delta_r = \eta_{10} \Gamma$$

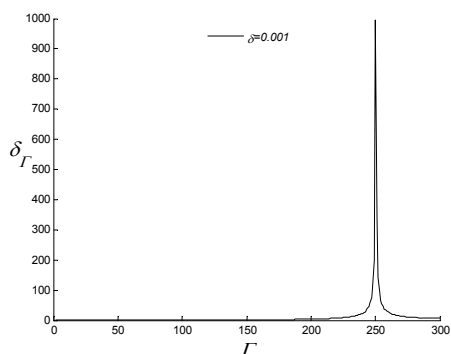
Tabela1. Zależności η_{10} , η_{40} i η_{200} od δ

δ	η_{10}	η_{40}	η_{200}
1,0e-03	0,0038501	0,0046670	0,01982587
1,0e-04	0,0003714	0,0003988	0,00043310
1,0e-05	0,0000370	0,0000393	0,00004017
1,0e-06	0,0000037	0,0000039	0,00000399

Do oszacowania przybliżonej wartości δ_r dla określonego Γ , z zakresu charakterystyki uważanej za

liniową, wystarczy wyznaczenie δ_r z wyrażenia (9). To oszacowanie będzie zawsze majoryzować nieliniową, rzeczywistą charakterystykę w obszarze uznawanym za liniowy.

W przypadku zastosowania układu do pomiaru wysokich napięć, rzędu kilkuset kV, przy zastosowaniu tylko jednego segmentu dzielnika w gałęzi o zmiennej konfiguracji, potrzebne jest Γ o wartościach rzędu 10000, w celu obniżenia mierzonego napięcia do zakresu wejściowego standardowych przetworników A/C czyli $\pm 10V$ DC. Nawet gdyby uwzględnić charakterystykę $\delta_r(I)$ układu pomiarowego, przy założeniu jej liniowości (9) i tabeli 1, to w celu uzyskania błędu pomiaru wysokiego napięcia nie większego niż 0,01 należałoby zapewnić współczynnik η_{10000} o wartości nie większej niż 10^{-6} . Zakładając przez domniemanie, że trend ujawniający się w tabeli 1 ma nadal zastosowanie, to związany z tym parametr δ powinien osiągnąć wartość jeszcze 4 razy mniejszą. Jest to niezwykle trudne zadanie metrologiczne. Należy jednak pamiętać, że dla tak dużych wartości Γ charakterystyka $\delta_r(I)$ nie jest liniowa, co ilustruje rysunek 5. Dla $\delta=0,001$ i modułu Γ zbliżonego do 250, δ_r wykazuje nieciągłość i zdąża do nieskończoności. Jest to przypadek, gdy mianownik (7) zmienia znak. Powoduje to dalsze istotne i nieakceptowane zwiększenie niedoszacowania wartości δ_r . Podobnie dla $\delta=0,0001$ charakterystyka $\delta_r(I)$ uzyskuje nieciągłość dla Γ zbliżonego do wartości 2500. Dla $\Gamma=1000$ δ_r uzyskuje wartość 0,667. Jest ona nie do zaakceptowania.



Rys.5 Zależność δ_r od Γ dla dużych wartości Γ przy ustalonym δ

Dwusegmentowa wersja kaskadowa dzielnika

Powyżej przedstawione trudności stanowią przesłankę do zaproponowania wersji kaskadowej układu [2], przedstawionej na rysunku 6, w której zastosowano 2 dzielniki.

W układzie kaskadowym, pierwszy dzielnik, zawierający impedancje Q i P , redukuje wysokie napięcie U_i , rzędu 1000V, do pośredniego napięcia Y , wartości rzędu 100V. Jest to napięcie występujące na zastępczej impedancji T , którą zaznaczono na rysunku linią przerywaną. Moduł tej zastępczej impedancji jest na tyle duży, że jej szeregowe włączenie z impedancją Q istotnie wpływa na zmniejszenie prądu płynącego w tej gałęzi, w porównaniu do sytuacji, gdy impedancja T jest zwarta. Dzięki temu moduł ilorazu wskazań napięć W_2 i W_1 jest znacząco mniejszy od 1.

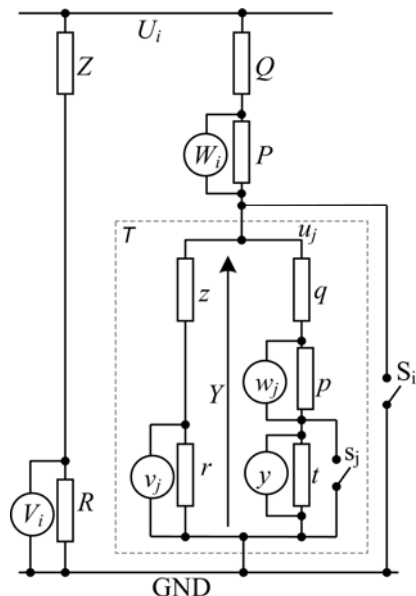
Drugi dzielnik, oznaczony linią przerywaną, redukuje pośrednie napięcie Y do wartości akceptowalnych przez przetworniki A/C, które gdy styk s_j jest otwarty (stan s_2) zaznaczono jako y . W ten sposób jest realizowany pośredni pomiar napięcia Y o średnich wartościach.

Sekwencja przełączeń w układzie jest realizowana w 3 krokach.

W pierwszym kroku, przy zwartym styku S_i (oznaczonym jako S_1), wyznaczane są wskaźniki napięć W_1 i V_1 .

W drugim kroku, przy otwartym styku S_i (jako S_2) oraz zamkniętym s_j (s_1), wyznaczane są wskaźniki napięć w_1 i v_1 .

W trzecim kroku, przy otwartym styku S_i (jako S_2) oraz otwartym s_j (s_2), wyznaczane są wskaźniki napięć W_2 i V_2 oraz w_2 i v_2 i także y .



Rys.6 Schemat dwusegmentowej wersji dzielnika z autokalibracją

Należy zauważyć, że wskaźniki napięć oznaczanych jako u_j (dla $j=1, 2$) na zastępczej impedancji T mogą się istotnie różnić w zależności od tego czy styk s_2 jest otwarty czy zamknięty. Spowodowane jest to dużą wartością modułu impedancji Q , która istotnie zwiększa impedancję wewnętrzną zastępczego modelu źródła według zasady Thevenina, które zasila impedancję T . Takie zastępcze źródło energii może być bardziej zbliżone do teoretycznego źródła prądu niż napięcia.

Równocześnie relacja pomiędzy wartościami impedancji w gałęziach zawierających (z i r) oraz (p, q, t) wpływa na rozpyły prądów, a przez to decyduje o rozkładzie napięć. Dla impedancji z o niewielkim module w porównaniu do Q , zwarcie impedancji t w niewielkim stopniu wpłynie na zmianę prądu płynącego przez Q , a przez to niewiele zmieni napięcia występujące na zastępczej impedancji T .

Wskaz napięcia Y na zastępczej impedancji T (segment kaskady objęty linią przerywaną) wyznacza się na podstawie (2). W konsekwencji przyjmuje ona postać (10) przy oznaczeniach (11).

$$(10) \quad Y = u_2 = \frac{I}{1 - \lambda_\alpha} y = \Gamma_\alpha y$$

$$(11) \quad \lambda_\alpha = \frac{w_2 v_1}{w_1 v_2}, \quad \Gamma_\alpha = \frac{I}{1 - \lambda_\alpha}$$

Następnie w identyczny sposób wyznacza się U_2 (12) przy oznaczeniach (13).

$$(12) \quad U_2 = \frac{I}{1 - \lambda_\beta} Y = \Gamma_\beta Y$$

$$(13) \quad \lambda_\beta = \frac{W_2 V_1}{W_1 V_2}, \quad \Gamma_\beta = \frac{I}{1 - \lambda_\beta}$$

Wtedy napięcie U_2 i wypadkowy współczynnik Γ kaskady, oznaczony jako $\Gamma_{\beta\alpha}$ (14), jest określany jako iloczyn współczynników Γ_β i Γ_α każdego z segmentów kaskady. Błąd graniczny jego wyznaczenia $\delta_{\Gamma_{\beta\alpha}}$ jest więc

określany jako suma błędów granicznych wyznaczenia tych współczynników (15).

$$(14) \quad U_2 = \Gamma_\beta \Gamma_\alpha y = \Gamma_{\beta\alpha} y, \quad \Gamma_{\beta\alpha} = \Gamma_\beta \Gamma_\alpha$$

$$(15) \quad \delta_{\Gamma_{\beta\alpha}} = \delta_{\Gamma_\beta} + \delta_{\Gamma_\alpha}$$

Współczynniki kierunkowe η określane dla każdego z obu segmentów mogą mieć identyczną wartość, np. η_{10} , gdyż w obu segmentach te części układu, przeznaczone do pomiaru napięć na impedancjach P oraz p , mogą być wykonane identycznie. Zatem, dla niewielkich wartości Γ_α i Γ_β ta część charakterystyki $\delta_r(I)$ może być traktowana jako liniowa.

Określenie relacji pomiędzy Γ_α i Γ_β

Istotnym parametrem konstrukcyjnym dwusegmentowej kaskady dzielnika jest określenie relacji pomiędzy Γ_α i Γ_β . Tę samą wartość $\Gamma_{\beta\alpha}$, można uzyskać dla nieskończonej liczby par argumentów. Celowe jest więc rozwiązanie zadania minimalizacji funkcji $\delta_{\Gamma_{\beta\alpha}}$ jako kryterium doboru relacji pomiędzy tymi argumentami.

Dla liniowej części charakterystyki $\delta_r(I)$, aproksymowanej przez (9), słuszne jest (16).

$$(16) \quad \delta_{\Gamma_\alpha} = \eta \Gamma_\alpha, \quad \delta_{\Gamma_\beta} = \eta \Gamma_\beta$$

Wtedy

$$(17) \quad \delta_{\Gamma_{\beta\alpha}} = \eta \Gamma_\beta + \eta \Gamma_\alpha = \eta \frac{\Gamma_{\beta\alpha}}{\Gamma_\alpha} + \eta \Gamma_\alpha.$$

Z warunku koniecznego istnienia ekstremum (17) ze względu na Γ_α wynika, że

$$(18) \quad \eta - \eta \frac{\Gamma_{\beta\alpha}}{\Gamma_\alpha^2} = 0 \quad \text{a stąd} \quad \Gamma_{\alpha\beta} = \Gamma_\alpha^2.$$

Zatem, oba segmenty powinny mieć identyczną wartość Γ określoną przez (19).

$$(19) \quad \Gamma_\alpha = \Gamma_\beta = (\Gamma_{\beta\alpha})^{1/2}$$

N-segmentowa wersja kaskadowa dzielnika

Uzyskanie bardzo małej wartości błędu granicznego pomiaru wysokiego napięcia, rzędu MV, jest możliwe przy zastosowaniu kaskady N dzielników, połączonych według zasady pokazanej na rysunku 6. Wartość prądu płynącego przez gałąź zawierającą impedancje Q_n i P_n w n -tym segmencie kaskady, jest istotnie zmieniana przez szeregowo włączenie do niej zastępczej impedancji T_n , zrealizowanej w postaci kompletnego segmentu oznaczonego linią przerywaną i opatrzonego indeksem $n+1$, dla $n < N-1$. Jedynie dla ostatniego N -tego segmentu ($n=N$) kaskady, bezpośrednio mierzone jest napięcie Y_N na fizycznie istniejącej impedancji T_N , włączanej szeregowo w gałąź zawierającą impedancje Q_N i P_N .

Istotnym zagadnieniem konstrukcyjnym jest określenie relacji pomiędzy współczynnikami Γ_n dla $n=1, \dots, N$.

Dla kaskady złożonej z N segmentów o wypadkowym współczynniku $\Gamma_{\{N\}}$ określonym jako (20) można wyznaczyć wartość $\delta_{\Gamma_{\{N\}}}$ metodą indukcji matematycznej przy założeniu (21), że wartość $\delta_{\Gamma_{\{N-1\}}}$ dla kaskady złożonej $N-1$ segmentów określana jest na podstawie liniowej aproksymacji charakterystyki $\delta_r(\Gamma_n)$ (9) dla małych wartości Γ_n każdego z segmentów, gdyż w świetle powyższych wniosków, tylko takie mogą mieć praktyczne zastosowanie. Każdy z

segmentów, dla $n < N$, ma identyczną wartość współczynnika Γ_n , ale jeszcze nieokreślona.

$$(20) \quad \Gamma_{\{N\}} = \prod_{n=1, \dots, N} \Gamma_n$$

$$(21) \quad \Gamma_{n_{n=1, \dots, N-1}} = \Gamma_{\{N-1\}}^{1/(N-1)}$$

Wtedy

$$(22) \quad \delta_{\Gamma_{\{N\}}} = (N-1)\eta \Gamma_n + \eta \frac{\Gamma_{\{N\}}}{\Gamma_n^{N-1}}.$$

Wartość minimalną wyrażenia (22) uzyskuje się dla warunków podanych w (23).

$$(23) \quad (N-1)\eta - (N-1)\eta \frac{\Gamma_{\{N\}}}{\Gamma_n^N} = 0 \quad \text{czyli} \quad \Gamma_n^N = \Gamma_{\{N\}}$$

W rezultacie

$$(24) \quad \Gamma_{n_{n=1, \dots, N}} = \Gamma_{\{N\}}^{1/N},$$

czyli wszystkie segmenty powinny mieć identyczną wartość współczynnika Γ_n .

Wtedy błąd graniczny $\delta_{\Gamma_{\{N\}}}$ wyznaczenia współczynnika $\Gamma_{\{N\}}$ dla całej kaskady określony jest jako (25).

$$(25) \quad \delta_r = \eta_{\Gamma_n} N \Gamma_n$$

Przykład liczbowy

Dla pomiaru napięcia o wartości maksymalnej do 1MV zastosowano kaskadę zawierającą $N=5$ segmentów, z których każdy reprezentowany jest przez współczynnik $\Gamma_n=10$ natomiast $\Gamma_{\{5\}}=10^5$. Wtedy napięcie Y_5 mieści się w zakresie ± 10 VDC. Jeżeli zostaną zastosowane przetworniki A/C, które umożliwią uzyskanie $\delta \approx 10^{-6}$, to na podstawie tabeli 1 η_{10} ma wartość $3,7 \cdot 10^{-6}$. Wtedy błąd graniczny $\delta_{\Gamma_{\{5\}}}$ wyznaczenia wypadkowego współczynnika $\Gamma_{\{5\}}$ dla całej kaskady na podstawie (25) przyjmie bardzo małą wartość, rzędu $1,85 \cdot 10^{-4}$.

Dobór liczby stopni kaskady

Pozostaje nadal otwarte zagadnienie, ile segmentów powinna zawierać kaskada, aby zminimalizować $\delta_r(\Gamma_{\{N\}})$ przy ustalonej wartości $\Gamma_{\{N\}}$. Przybliżone rozwiązanie tego zadania, przy założeniu liniowości charakterystyki (9), można otrzymać przez uzmiennienie N w (25), z uwzględnieniem (24) i przyrównanie pochodnej $\delta_r(\Gamma_{\{N\}})$ względem N do zera (26). Prowadzi to do zależności (27).

$$(26) \quad \frac{d(\delta_r)}{dN} = \eta_{\Gamma_n} \Gamma_{\{N\}}^{1/N} + \eta_{\Gamma_n} N \Gamma_{\{N\}}^{1/N} \left(\ln \Gamma_{\{N\}} \right) \left(-\frac{1}{N^2} \right) = 0$$

$$(27) \quad N = \ln \Gamma_{\{N\}}$$

Dla przykładowego kaskadowego dzielnika o wartości $\Gamma_{\{N\}}=10^M$ zależność określająca N przyjmuje postać (28).

$$(28) \quad N = 2,3026 M$$

Zatem $N=9$ dla $M=4$, po zaokrągleniu do najbliższej liczby naturalnej. Stąd oszacowanie $\Gamma_n=2,7826$ (w zaokrągleniu przyjęto wartość 3) a $\delta_{\Gamma_{\{9\}}} \approx 25,043 \eta_{\Gamma_n} \approx 0,0075$ dla $\delta \approx 0,0001$ i $\eta_{\Gamma_n} \approx 0,0003$ wyznaczonego na podstawie badań symulacyjnych.

Jednak na podstawie nieliniowej charakterystyki $\delta_r(\Gamma_{\{N\}})$ uzyskuje się $\delta_{\Gamma_{\{9\}}} \approx 0,0149$ dla $N=4$, $\Gamma_n=10$ i $\delta \approx 0,0001$. Stąd wniosek, że wykorzystanie liniowej aproksymacji

charakterystyki $\delta_r(\Gamma_{(N)})$ do określenia liczby segmentów jest dyskusyjne z powodu nadmiernej rozbudowy układu dzielnika.

Ograniczenia i perspektywy

Dobieranie wartości impedancji w każdym z segmentów tak, aby każdy z nich miał identyczną wartość Γ_n , nie jest rygorystyczne. Procedura autokalibracji wyznaczy rzeczywiste wartości tego współczynnika dla każdego z segmentów indywidualnie. Dopuszczalne są kilkuprocentowe odchyłki od wartości teoretycznych.

Przykładowo, jeżeli dla kaskady złożonej z 2 segmentów o teoretycznej wartości $\Gamma_n=10$, zbudujemy układ, w którym jeden z segmentów uzyska wartość tego współczynnika 9,7 a drugi 10,09, to i tak błąd graniczny wyznaczenia współczynnika $\Gamma_{[2]}$ dla całej kaskady będzie oszacowany na podobnej wartości jak dla przypadku idealnego. Przyjęto w tych obliczeniach, że aproksymacja liniowa rzeczywistej charakterystyki $\delta_r(\Gamma)$ w otoczeniu rozważanego punktu nie odbiega istotnie od jej rzeczywistych wartości. Wartości uzyskanych współczynników Γ_n dla każdego segmentu zostaną przekazane jako informacje wyjściowe procedury autoidentyfikacji. Dla tych zmodyfikowanych wartości może być przeprowadzone dokładniejsze oszacowanie błędu granicznego wyznaczenia współczynnika $\Gamma_{[2]}$ dla całej kaskady, bądź przy wykorzystaniu aproksymacji linowej, bądź na drodze symulacyjnej przy wykorzystaniu nieliniowego modelu matematycznego tej charakterystyki.

Bardzo istotną cechą proponowanej wersji układu i oszacowania błędu granicznego wyznaczenia współczynnika Γ dla całej kaskady jest to, że gdy pod wpływem różnych oddziaływań, np. termicznych, stałe każdego z segmentów zostaną zmienione, to informacja o tym zdarzeniu oraz nowe wartości tych współczynników zostaną przekazane do ponownego oszacowania błędu granicznego.

Podstawową zasadą, która leży u podstaw stosowanej metody pomiarowej jest założenie, że ten sam prąd płynie przez szeregowo połączone impedancje P , T i Q . Jednak w rzeczywistym układzie występują impedancje pasożytnicze, które tworzą ścieżki upływu tych prądów. Szczegółową analizę tego zjawiska zaprezentowano w [5] oraz zaproponowano sposób ekranowania, chroniącego przed prądami upływu. Ponadto wykazano również, że prąd upływu omijający impedancję T nie wpływa w żaden sposób na końcowy wynik autokalibracji.

Czy możliwe jest uzyskanie ekstremalnie małych wartości δ np. 10^{-5} ? Jak wspomniano wcześniej, nie jest istotny bezwzględny pomiar napięć, z których wyznaczane są wskaźy W_i , z bardzo wysoką dokładnością, lecz wyznaczenie ich ilorazu. Stąd istotne jest jedynie zapewnienie jak najmniejszych błędów nieliniowości oraz wysokiej rozdzielczości przetwornika realizującego taki pomiar. Współczesne 24-bitowe przetworniki, którym przypisuje się 20 efektywnych bitów dla sygnałów o częstotliwościach występujących w elektroenergetyce, umożliwiają zarejestrowanie takich napięć przy ich rozróżnialności na poziomie 10^6 stanów. Niektóre firmy już zaczynają oferować 32-bitowe przetworniki A/C [4]. Ułatwia to uzyskanie bardzo małych wartości δ , a przez to zmniejszenie błędu pośredniego wyznaczenia wskaźów napięcia U_2 , jako liczby zespolonej, nawet o bardzo dużych wartościach modułu.

Przy tak małych rozważanych wartościach δ istotne mogą być nieliniowości stosowanych elementów impedancyjnych. Celowe jest zbadanie np. zmian

pojemności kondensatorów pełniących rolę impedancji Z lub Q , w funkcji zmian wartości chwilowej napięcia na nich występującego. Czy ewentualna przemiana częstotliwości na takim nieliniowym elemencie obwodu może negatywnie wpłynąć na przedstawione powyżej oszacowanie błędu granicznego pośredniego wyznaczenia wskaźów napięcia U_2 ?

Z przeprowadzonej powyżej analizy wynika, że błąd wyznaczenia współczynnika λ zależy istotnie od nieliniowości charakterystyki przetwornika A/C. Dlatego korzystne może być wprowadzenie korekcji tej charakterystyki na drodze obliczeniowej. Powinno ono być wcześniej poprzedzone identyfikacją tej nieliniowości. Proponuje się porównywanie wyników pomiarów tego samego zmiennego w czasie napięcia przez parę badanych przetworników i porównywanie wyników ich analizy harmonicznej, ze szczególną uwagą zwróconą na interharmoniczne, które mogą być wynikiem przemiany częstotliwości powodowanej przez nieliniowości torów pomiarowych [6].

Istotne jest również zastosowanie innego podejścia do szacowania błędów wyznaczenia wskaźów pośrednio mierzonych napięć bądź współczynników matematycznego modelu analizowanego obwodu, jako liczb zespolonych. Dotychczas w wielu normach określających jakość pomiaru napięć przemiennych osobno określa się błąd wyznaczenia modułu oraz błąd wyznaczenia kąta przesunięcia fazowego. Celowym jednak jest określenie łącznego błędu wyznaczenia obu tych wielkości jako jednej liczby zespolonej. Pozwoliłoby to na łatwe porównywanie pomiędzy sobą wielu przyrządów pomiarowych, stosowanych elektroenergetyce. Określenie takiego błędu w sensie TVE [7], powszechnie stosowanego do fazorów, jest dobrym rozwiązaniem tego problemu.

Publikacja powstała w ramach prac statutowych finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego: nr umowy wew. AGH: 11.11.120.774

Autor: dr inż. Jerzy Nabielec, Akademia Górniczo-Hutnicza, Katedra Metrologii i Elektroniki, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, E-mail: jena@agh.edu.pl

LITERATURA

- [1] Nabielec J., Wetula A., Borkowski D., "Voltage divider with autocalibration – laboratory studies of a passive version", *Przegląd Elektrotechniczny*, ISSN 0033-2097, R. 92 NR 11/2016 pp.154-157
- [2] Nabielec J., "Wielopoziomowy hierarchiczny dzielnik napięcia z autokalibracją", Urząd Patentowy RP, P.421519, 2017-05-08
- [3] Eichstädt S., and Wilkens V., "GUM2DFT—a software tool for uncertainty evaluation of transient signals in the frequency domain", *Meas. Sci. Technol.* 27 (2016) 055001
- [4] <http://www.analog.com/en/products/analog-to-digital-converters/precision-adc-10msps/ad7177-2.html>
- [5] Nabielec J., Bisztyga B., "Study on sensitivity to leakage currents of the voltage divider with autocalibration", *DYNAMIC2016 9th International Workshop on Analysis of Dynamic Measurements* : Berlin, November 9–10 2016, <http://www.mathmet.org/resources/DYNAMIC2016/Nabielec,-Jerzy-Divider.pdf>
- [6] Schoukens J., "Measuring and modeling dynamical systems in the Presence of nonlinear Distortions", Berlin, Nov. 9–10 2016 <http://mathmet.org/projects/dynamic/workdyn/dynamic2016/>
- [7] IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems, IEEE Std C37.118™-2005