

Niestacjonarne filtry o strukturach połączonych dynamicznych elementów o zmiennych parametrach

Streszczenie. Przedstawiono wyniki badań podstawowych dynamicznych elementów o zmiennych parametrach będących filtrami dolnoprzepustowymi, górnoprzepustowymi i pasmowo-zaporowe. Utworzone z tych elementów bardziej rozbudowane struktury – filtry niestacjonarne – dają duże możliwości formowania charakterystyk widmowych. Przykładowe przebiegi filtracji pokazują ich krótkie stany nieustalone.

Abstract. There are presented the results of basic dynamic elements research of filters with time-varying parameters which are low-pass filters, high-pass filters and band-stop filters. With the use of those elements there were created more complex structures - nonstationary filters - which provide the capability of forming spectral characteristics. Examples of filtration showed the shorter transient state. (Nonstationary filters with structure of dynamic elements with time-varying parameters).

Słowa kluczowe: filtry o zmiennych parametrach, stan nieustalony, funkcja czasowa, właściwości widmowe.

Keywords: filters with time-varying parameters, transient state, time-varying functions, spectral properties.

Wstęp

Dynamiczne układy o zmiennych w czasie parametrach są przedmiotem analiz i prac badawczych. Najczęściej są to układy występujące w sterowaniu procesami przemysłowymi oraz w zagadnieniach dotyczących filtracji i przetwarzania sygnałów [1,2]. Uzyskiwane od kilkunastu lat wyniki badań dotyczące stanów nieustalonych w układach o zmiennych parametrach pozwalają z dużym prawdopodobieństwem sądzić, że przedstawiona poniżej koncepcja tworzenia struktur składających się z najprostszymi elementami niestacjonarnymi pozwoli uzyskać szybko działające filtry o założonych (często nietypowych) właściwościach widmowych.

Dotychczasowe badania filtrów o zmiennych parametrach prowadzono przyjmując najczęściej jako podstawowy, element II-go rzędu ze zmiennymi parametrami ω_0 i $\beta(t)$. W prezentowanych badaniach przyjęto koncepcję, że najmniejszymi będą elementy I-go rzędu. I tak do elementu inercyjnego jako dolnoprzepustowego wprowadzono zmienne wzmocnienie $k(t)$ i funkcję czasową $T(t)$ [6]. Do elementu górnoprzepustowego, którym jest element różniczkujący rzeczywisty wprowadzono też funkcje uzmienniające wzmocnienie i funkcję czasową tak jak w elemencie inercyjnym, pozostawiając stałą wartość czasu różniczkowania. Wartości tych funkcji ustalają się z czasem dążącym do nieskończoności a po zakończeniu stanu nieustalonego z określoną dokładnością zapewniają wymagane właściwości widmowe [7].

Mając na uwadze tworzenie struktur szeregowo-równoległych należy rozpatrywać stabilność takich struktur. Badania stabilności filtrów o zmiennych parametrach uzmiennianych funkcjami o przebiegu eksponentialnym są asymptotycznie stabilne tak jak układy o stałych wartościach parametrów. Łączenie łańcuchowe elementów stabilnych w jedną strukturę bez sprzężeń zwrotnych pozwala zachować stabilność utworzonej struktury.

Elementy dolnoprzepustowe o zmiennych parametrach

Najprostszym dynamicznym elementem dolnoprzepustowym o zmiennych parametrach, jest układ opisany równaniem różniczkowym parametrycznym:

$$(1) \quad T(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k(t) \cdot x(t)$$

gdzie: $x(t)$ – sygnał wejściowy, $y(t)$ – sygnał wyjściowy, $T(t)$ – funkcja czasowa, $k(t)$ – funkcja wzmocnienia

Na podstawie wcześniej publikowanych wyników badań [4,5,8] przyjęto, że podczas trwania stanu nieustalonego funkcja czasowa i funkcja wzmocnienia ustalają swoje wartości zapewniając założone właściwości filtracyjne. Ponieważ każdorazowo przy rozpoczęciu działania filtru trzeba generować te funkcje, postanowiono użyć w tym celu charakterystyk skokowych klasycznego układu oscylacyjnego II-go rzędu o parametrach k, β, ω_0 . Jest on stosunkowo prosty w realizacji a daje bardzo duże możliwości kształtowania żądanych funkcji. Jeżeli zapiszemy równanie (1) jak poniżej

$$(2) \quad T_{\infty} \cdot f_T^{-1}(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_{\infty} \cdot f_k(t) \cdot x(t)$$

to uzyskujemy łatwość realizacji technicznej całego układu. Funkcje $f_T^{-1}(t)$ i $f_k(t)$ opisane są zależnościami

$$(3) \quad f_k(t) = f_k(t) \cdot [d_k - (d_k - 1) \cdot h_k(t)]$$

$$(4) \quad f_T^{-1}(t) = f_T^{-1}(t) \cdot [d_T - (d_T - 1) \cdot h_T(t)]$$

gdzie: $h_k(t)$ i $h_T(t)$ są charakterystykami skokowymi elementu II-go rzędu o stałych parametrach

Funkcje $f_T^{-1}(t)$ i $f_k(t)$ uzmienniające parametry filtru pozwalają utworzyć funkcje wzmocnienia $k(t) = k_{\infty} \cdot f_k(t)$ oraz funkcję czasową $T^{-1}(t) = T_{\infty}^{-1} \cdot f_T^{-1}(t)$, w których parametr $d_T = \frac{T^{-1}(0)}{T^{-1}(\infty)}$ oraz $d_k = \frac{k(0)}{k(\infty)}$ są krotnością zmian

ich wartości. Funkcja wzmocnienia i funkcja czasowa muszą osiągnąć wartości określone w założeniach widmowych w czasie nie dłuższym niż czas trwania stanu nieustalonego. Najłatwiej można to spełnić, gdy element generujący funkcję uzmienniającą posiada wartość współczynnika tłumienia w granicach $0,71 < \beta < 1$.

Łańcuchowe połączenie elementów I-go rzędu utworzy filtr wyższego rzędu, takiego, ile użyto elementów. Układ równań opisujący taki filtr o zmiennych parametrach przedstawiono poniżej

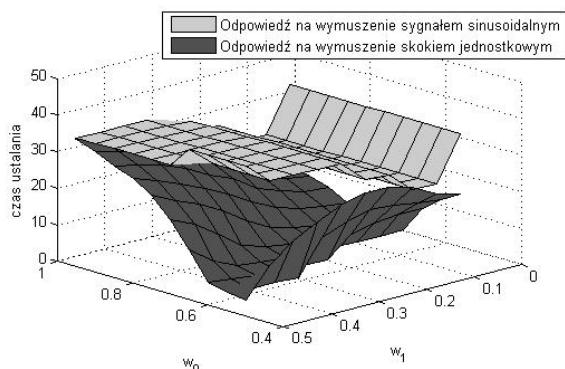
$$(5) \quad \begin{aligned} T_1(t) \cdot \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) &= k_1(t) \cdot x(t) \\ T_2(t) \cdot \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) &= k_2(t) \cdot y_1(t) \\ &\vdots \\ T_n(t) \cdot \frac{dy_n(t)}{dt} + y_n(t) &= k_n(t) \cdot y_{n-1}(t) \end{aligned}$$

gdzie: $k_i(t)$ – funkcje wzmocnienia, $T_i(t)$ – funkcja czasowa.

Nasuwa się w tym miejscu pytanie: czy można zunifikować wszystkie funkcje do jednej postaci i generować tylko jedną funkcję bez znacznego pogorszenia właściwości w stosunku do filtrów zbliżonych do optymalnych? Wyniki pierwszych takich badań przedstawiono w pracy [6], poszerzając je w przeprowadzonych obecnie badaniach. Przyjęcie takich założeń zmniejszy złożoność struktury układu a właściwości w dziedzinie czasu nie muszą ulec pogorszeniu. Filtr taki będący połączeniem elementów o jednakowych funkcjach uzmienniających parametry opisuje układ równań:

$$(6) \quad \begin{aligned} T_{\infty} \cdot f^{-1}(t) \cdot \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) &= k_{\infty} \cdot f(t) \cdot x(t) \\ T_{\infty} \cdot f^{-1}(t) \cdot \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) &= k_{\infty} \cdot f(t) \cdot y_1(t) \\ &\vdots \\ T_{\infty} \cdot f^{-1}(t) \cdot \frac{dy_i(t)}{dt} + y_i(t) &= k_{\infty} \cdot f(t) \cdot y_{i-1}(t) \end{aligned}$$

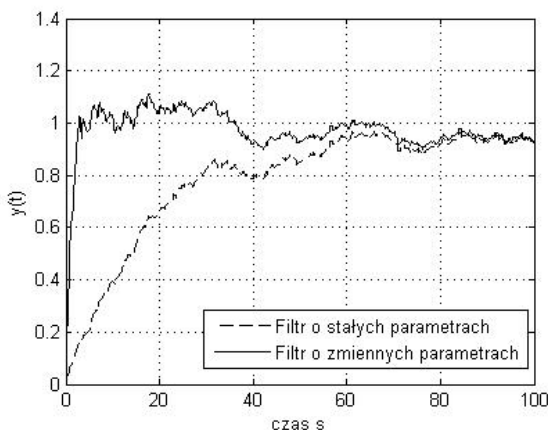
Przeprowadzone badania potwierdziły bardzo dobre właściwości filtrów o jednakowym uzmiennieniu parametrów. Przykładowe czasy ustalania dla sygnału wejściowego będącego skokiem jednostkowym i sygnałem sinusoidalnym o częstotliwości granicznej pasma zaporowego przedstawiono na rysunku 1.



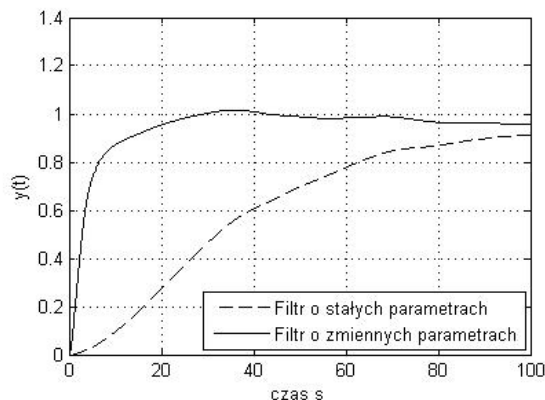
Rys.1. Przykładowe czasy ustalania przy wymuszeniu skokiem jednostkowym i sygnałem sinusoidalnym dla filtru I-go rzędu

Można łatwo zaobserwować, że skrócenie stanu nieustalonego odpowiedzi na skok jednostkowy powoduje wydłużenie czasu tłumienia sinusoidy i odwrotnie. Można również znaleźć takie rozwiązanie gdy czas tłumienia sinusoidy i czas ustalania na skok jednostkowy są sobie równe. Na wykresie rysunku 1 jest to linia przenikania się płaszczyzn przedstawiających oba czasy ustalania.

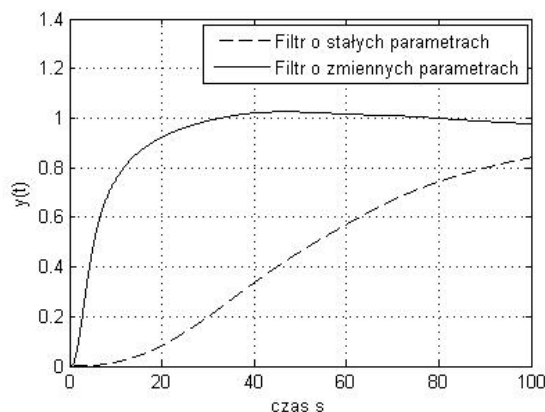
Na rysunku 2 przedstawiono przykład filtracji tego samego sygnału losowego przy pomocy filtrów I-go rzędu o stałych i zmiennych parametrach.



Rys.2. Filtracja sygnału losowego za pomocą filtrów I-go rzędu



Rys.3. Filtracja sygnału losowego za pomocą filtrów II-go rzędu



Rys.4. Filtracja sygnału losowego za pomocą filtrów III-go rzędu

Łatwo można zauważyć, że przy tak dobranych wartościach parametrów jeden i drugi filtr nie najlepiej tłumi składowe o najniższych częstotliwościach zawartymi w filtrowanym sygnale. Łańcuchowe połączenie drugiego takiego samego elementu (rys. 3) i trzeciego (rys.4), daje możliwość lepszego uśredniania. Jednocześnie widać, że filtry o zmiennych parametrach mają wielokrotnie krótsze stany nieustalone w porównaniu z filtrami o stałych parametrach [3]. Uzmienniając wszystkie parametry we wszystkich elementach jedną funkcją unikamy możliwości popełnienia pomyłki związanej z kolejnością połączenia elementów o parametrach uzmiennianych różnymi funkcjami (w układach o zmiennych parametrach kolejność połączenia w łańcuchu ma istotne znaczenie w przebiegu stanu nieustalonego).

Element górnoprzepustowy o zmiennych w czasie parametrach

Górnoprzepustowy element o zmiennych w czasie parametrach jest opisany układem równań:

$$(7) \quad \begin{aligned} T_{g\infty} \cdot f_T^{-1}(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) &= k_{\infty} \cdot f_k(t) \cdot x(t) \\ z(t) &= T_g \cdot \frac{dy(t)}{dt} \end{aligned}$$

gdzie: $z(t)$ – sygnał na wyjściu elementu górnoprzepustowego, T_g – czas różniczkowania

Czasy ustalania elementu górnoprzepustowego o zmiennych parametrach są zbliżone w filtracji dolnoprzepustowej. Jak wynika z układu równań (7) sygnał $z(t)$ na wyjściu górnoprzepustowym tego elementu jest proporcjonalny do pochodnej sygnału $y(t)$ na wyjściu dolnoprzepustowym tego samego elementu o zmiennych parametrach. Można więc uznać, że czas trwania stanu nieustalonego jest zależny od dolnej granicy pasma

górnoprzepustowego i może być wyrażony przez krotność okresu częstotliwości granicznej pasma przepustowego.

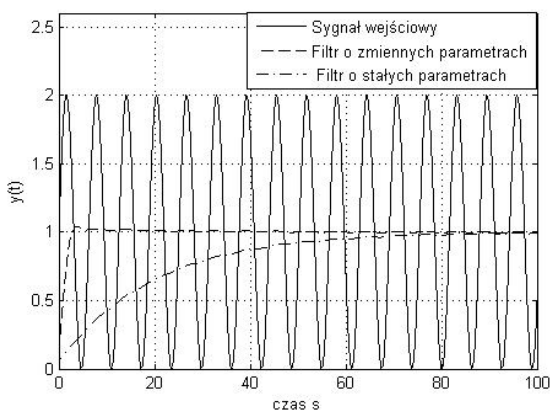
Element pasmowo-zaporowy o zmiennych parametrach

Równoległe połączenie elementu dolnoprzepustowego i górnoprzepustowego może dać w zależności od wartości parametrów tych elementów bardzo różne charakterystyki częstotliwościowe. Może być korektorem przesunięcia fazowego, pasmowym elementem wzmacniającym lub filtrem pasmowo-zaporowym. Dotyczy to elementów o stałych i zmiennych parametrach. Filtr pasmowo-zaporowy uzyskuje się wtedy, gdy element dolnoprzepustowy ma niższą częstotliwość graniczną pasma przepustowego niż element górnoprzepustowy. Elementy o zmiennych parametrach dają duże możliwości przyspieszenia filtracji.

Połączenie równoległe elementu dolnoprzepustowego i górnoprzepustowego pozwala uzyskać sygnał będący sumą sygnałów po filtracji dolnoprzepustowej i górnoprzepustowej

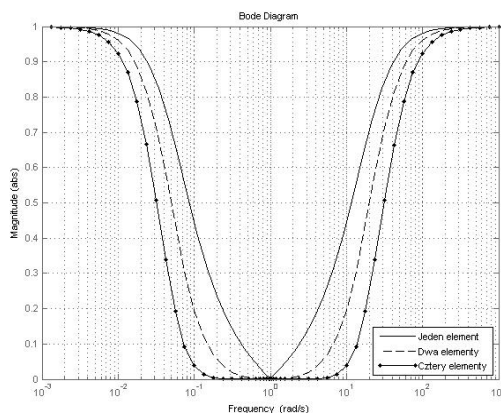
$$(8) \quad u(t) = y_d(t) + z(t)$$

Na rysunku 5 pokazano przykład filtracji sygnału będącego sumą składowej stałej i sinusoidy o częstotliwości z zakresu pasma zaporowego.



Rys.5. Filtracja sygnału za pomocą filtra pasmowo-zaporowego

Widać, że filtr o zmiennych parametrach charakteryzuje się wielokrotnie krótszym stanem nieustalonym niż filtr o stałych wartościach parametrów. Łącząc łańcuchowo (szeregowo) takie elementy, możemy uzyskać charakterystyki częstotliwościowe o bardziej stromych zboczach co przedstawiono na rysunku 6.



Rys.6. Charakterystyki amplitudowe filtrów połączonych szeregowo

Z przedstawionych podstawowych elementów o zmiennych parametrach można tworzyć znacznie bardziej rozbudowane struktury filtrów. Będą się one charakteryzowały również bardzo dobrymi właściwościami w dziedzinie czasu. Na przykład łańcuchowe połączenie dwóch lub więcej elementów pasmowo-zaporowych o różnych wartościach częstotliwości pasma zaporowego może posłużyć do filtracji sygnałów o częstotliwościach rezonansowych powstających w układach. Można tworzyć struktury szeregowo-równoległe w celu uzyskania niestandardowych charakterystyk widmowych, zachowując dobre właściwości dynamiczne tych struktur.

Wnioski

Przeprowadzone badania wykazały, że jednakowe funkcje uzmienniające różne parametry filtrów bardzo upraszczają strukturę i mogą dawać krótkie czasy ustalania. Takie uproszczenie struktury pojedynczych elementów pozwala na łączenie wielu takich członów tworząc rozbudowane filtry o różnych charakterystykach widmowych. Przykłady filtracji pozwalają porównać jakość działania filtrów o zmiennych parametrach z filtrami o stałych parametrach i takich samych właściwościach widmowych.

LITERATURA

- [1] Choi J.W., Lee H.C., Linear time-varying eigenstructure assignment with flight control application, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 40 (2004), no. 1, 145-157
- [2] Gutierrez de Anda M.A., Sarmiento Reyes L.A., The analytic determination of the PPV for second-order oscillators via time-varying eigenvalues, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 53, (2006), no. 11, 1225-1229
- [3] Gutierrez de Anda M.A., Sarmiento Reyes L.A., Martinez L.H., Piskowski J. and Kaszyński R., The reduction of the duration of the transient response in a class of continuous-time LTV filters, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs*, 56, (2009), no. 2, 102-106
- [4] Kaszyński R., *Filtry dolnoprzepustowe i filtry składowej stałej o zmiennych parametrach*, Monografia, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, Szczecin, 2001.
- [5] Kaszyński R., Properties of analog systems with varying parameters, *Proc. IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems ISCAS*, vol. 1 (2003), 509-512
- [6] Kaszyński R., Wysocka A., Niestacjonarne filtry o jednej funkcji uzmienniającej w czasie wszystkie parametry, *Przegląd Elektrotechniczny*, 88, (2012), nr.10b, 49-51
- [7] Lee H., Bien Z., Linear time-varying filter with variable bandwidth, in *Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems ISCAS* (2006), 2493-2496
- [8] Piskowski J., Kaszyński R., Analytical synthesis of parameter-varying filter of constant component with application to switching systems, *Metrology and Measurement Systems*, 18 (2011) no 3, 471-480

Autorzy: dr hab. inż. Roman Kaszyński prof. nadzw. ZUT, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Elektryczny, Katedra Inżynierii Systemów, Sygnałów i Elektroniki, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin, E-mail: roman.kaszynski@zut.edu.pl; inż. Adrian Sztandera student studiów II-go stopnia, Wydział Elektryczny ZUT, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin E-mail: adrian.sztandera@gmail.com; inż. Katarzyna Wiechetek studentka studiów II-go stopnia, Wydział Elektryczny ZUT, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin, E-mail: wiechetekkatarzyna@gmail.com