

## Zastosowanie adaptacyjnej dekompozycji sygnału do identyfikacji źródeł wolnozmiennego pola magnetycznego

**Streszczenie.** Przedstawiono metodę analizy i klasyfikacji sygnałów zmiennych w czasie na podstawie adaptacyjnej dekompozycji sygnału opartej na metodzie „pogoni za dopasowaniem” (ang. *Matching Pursuit*). Rozważono czynniki określające dokładność adaptacyjnego rozwinięcia sygnału pomiarowego, reprezentującego przebieg czasowy indukcji pola magnetycznego. Zaproponowano sposób identyfikacji źródeł małowartościowego pola magnetycznego na podstawie analizy struktur czasowo-częstotliwościowych, występujących w spektrogramie.

**Abstract.** The method of analysis and classification of time-vary signals based on the adaptive signal decomposition, using the matching pursuit algorithm was presented. Determinants of the accuracy of the adaptive approximation of measuring signal, representing the magnetic field induction waveform were considered. The way of identification of the sources of the low-frequency magnetic field on the basis of an analysis of time-frequency structures, occurring in the adaptive spectrogram was proposed. (**Application of an adaptive signal decomposition to identify sources of time-vary magnetic field**).

**Słowa kluczowe:** algorytm „pogoni za dopasowaniem”, spektrogram adaptacyjny, sygnały niestacjonarne.

**Keywords:** matching pursuit, the adaptive spectrogram, non-stationary signals.

### Wstęp

Analiza wyników pomiarów indukcji pola magnetycznego w zakresie częstotliwości do 400 kHz, przeprowadzonych na statku morskim wskazuje na występowanie wysokiego poziomu pól magnetycznych o dużej dynamice zmian [1]. Widmo pola magnetycznego o podwyższonej intensywności rozciąga się głównie w zakresie małych częstotliwości, poniżej 2 kHz. Zawiera ono zarówno składowe okresowe których amplitudy, częstotliwości i fazy chwilowe zmieniają się w funkcji czasu, jak i zmieniające się w czasie składowe szerokopasmowe. W przypadku takich sygnałów pomiarowych potrzebna jest metoda dekompozycji sygnału i zbiór funkcji, względem których ten sygnał zostanie rozwinięty, z uwzględnieniem jego złożonej struktury czasowo-częstotliwościowej. Reprezentacje liniowe względem jednej bazy (np. krótkoczasowa transformata Fouriera STFT czy transformata falkowa) nie zawsze trafnie reprezentują zmienność badanego sygnału. W STFT, w której estymuje się chwilowe widma sygnału na podstawie jego kolejnych fragmentów, pojawia się problem doboru optymalnej szerokości okna, ponieważ nie jest możliwa jednoczesna duża rozdzielczość metody w dziedzinie czasu i częstotliwości [2]. Natomiast w transformacie falkowej trudno za pomocą dobranej falki opisać dokładnie zarówno wyższe, jak i niższe częstotliwości. Poza tym, do oryginalnego sygnału dopasowywana jest stale ta sama falka, pomimo zmiany jej parametrów, co powoduje, że niektóre fragmenty sygnału mogą być opisywane wielokrotnie [3].

Sygnał niestacjonarny można przedstawić jako liniową kombinację funkcji, zwanych atomami, wybranych z dużego, redundantnego słownika funkcji elementarnych (zestawu atomów) [4]. Kryterium wyboru jest jak najlepsze dopasowanie cech atomów do kształtu sygnału analizowanego. Optymalną reprezentację sygnału można uzyskać wówczas, gdy określony podzbiór elementów słownika reprezentuje największy procent energii sygnału wśród wszystkich podzbiorów o tej samej liczebności. Wybór takiej reprezentacji daje iteracyjny algorytm „pogoni za dopasowaniem” MP (ang. *Matching Pursuit*) [4]. Jest to metoda analizy sygnałów o wysokiej rozdzielczości, która opiera się na adaptacyjnych przybliżeniach sygnału za pomocą niewielu atomów, wybieranych ze słownika funkcji, zapewniających optymalną lokalizację na płaszczyźnie czas-częstotliwość elementów składowych sygnału.

W prezentowanym artykule omówiono i porównano zastosowanie dwóch słowników funkcji elementarnych: atomów Gabora i funkcji typu chirplet. Adaptacyjna dekompozycja sygnału pozwala na wyodrębnienie struktur czasowo-częstotliwościowych w spektrogramie, które mogą być użyte do detekcji i scharakteryzowania źródeł pola magnetycznego, występujących w otoczeniu, w którym zarejestrowano przebieg czasowy indukcji pola magnetycznego. Dokładność rekonstrukcji rzeczywistego sygnału pomiarowego przez atomy słownika związana jest m. in. z liczbą iteracji, przy której następuje zatrzymanie algorytmu MP. Estymatę gęstości energii sygnału na płaszczyźnie czas-częstotliwość konstruuje się poprzez sumowanie dystrybucji Wignera-Ville'a (WVD) każdego wyselekcjonowanego atomu, występującego w utworzonym podzbiorze atomów słownika [4].

W artykule przedstawiono wyniki analiz, opartych na zaprezentowanych procedurach cyfrowego przetwarzania sygnału pomiarowego, zaimplementowanych w graficznym środowisku programowania LabVIEW.

### Adaptacyjne przybliżenie sygnału

Algorytm „pogoni za dopasowaniem” MP (ang. *Matching Pursuit*) jest iteracyjną, nieliniową procedurą dekompozycji sygnału  $x(t)$  na liniową sumę funkcji analizujących, wybranych ze słownika  $G = \{g_1(t), g_2(t), \dots, g_n(t)\}$ . Reprezentacja sygnału  $x(t)$  po  $M$  iteracjach algorytmu MP ma postać [4]

$$(1) \quad x(t) = \sum_{n=0}^{M-1} a_n g_{\gamma_n}(t) + R^M x$$

gdzie:  $g_{\gamma_n}(t)$  – funkcje elementarne (atomy czasowo-częstotliwościowe),  $a_n$  – współczynniki rozwinięcia,  $M$  – liczba funkcji elementarnych (rozmiar słownika czasowo-częstotliwościowego),  $R^M x$  – residuum sygnału po  $M$  iteracjach.

W pierwszym kroku dekompozycji MP ze słownika  $G$  wybierany jest atom  $g_{\gamma_0}$  najlepiej dopasowany do sygnału  $x$ , czyli dający największy iloczyn skalarny z sygnałem  $x$ , wówczas [5]

$$(2) \quad x = \langle x, g_{\gamma_0} \rangle g_{\gamma_0} + R^1 x$$

W każdym następnym kroku funkcja  $g_m$  jest analogicznie dopasowywana do residuum sygnału  $R^n x$ , pozostałego po odjęciu wyniku poprzedniej iteracji oraz wyznaczone jest residuum rzędu  $n+1$  ( $R^{n+1}x$ ) [4]

$$(3) \quad R^{n+1}x = R^n x - \langle R^n x, g_m \rangle g_m$$

Atom dobierany ze słownika w każdym kroku iteracji spełnia warunek [4]

$$(4) \quad g_m = \arg \max_{g_m} \left| \langle R^n x, g_m \rangle \right|$$

Po  $M$  iteracjach algorytmu MP sygnał  $x(t)$  można wyrazić jako sumę residuów [4]

$$(5) \quad x(t) = \sum_{n=0}^{M-1} (R^n x - R^{n+1}x) + R^M x$$

Biorąc pod uwagę zależność (3) otrzymuje się

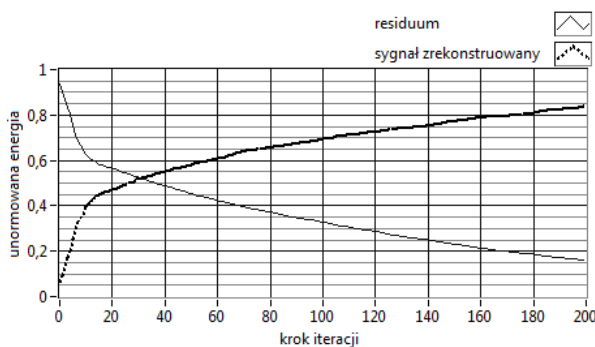
$$(6) \quad x(t) = \sum_{n=0}^{M-1} \langle R^n x, g_m \rangle g_m + R^M x$$

Współczynniki rozwinięcia  $a_n$  w zależności (1) określone są następująco

$$(7) \quad a_n = \langle R^n x, g_m \rangle$$

Wynikiem algorytmu MP jest reprezentacja sygnału  $x(t)$  będącą sumą składowych rozwinięcia względem elementów słownika, wybranych z uwzględnieniem najlepszego dopasowania do jego residuów. Zbieżność algorytmu MP zachodzi wówczas, gdy słownik jest kompletny oraz zapewniona jest normalizacja energii atomów słownika tzn.  $\|g_i\| = 1$  dla każdego  $i$  [4]. Amplituda residuum  $R^M x$  w zależności (6) maleje eksponentalnie z każdym krokiem iteracji i asymptotycznie dąży do stałej wartości, którą można interpretować jako błąd aproksymacji rozszerzenia adaptacyjnego sygnału (rys. 1). Na pewnym etapie dekompozycji wybór kolejnego atomu ze słownika skutkuje nieznacznym współczynnikiem dopasowania, a energie residuów kolejnych iteracji niewiele się różnią. Jednocześnie rozszerzanie reprezentacji sygnału o kolejny atom nie powoduje zauważalnego wzrostu energii sygnału zrekonstruowanego (rys. 1).

Nadmierne zwiększanie rozmiaru słownika nie jest więc warunkiem efektywnej aproksymacji sygnału. Wybór funkcji elementarnych tworzących słownik ma wpływ na szybkość zmniejszania się energii związanej z residuum oraz na to jak duża część sygnału będzie tworzyć błąd aproksymacji.



Rys. 1. Zależność unormowanej energii residuum sygnału po  $M$  iteracjach (linia ciągła) i przybliżenia adaptacyjnego sygnału (linia przerywana) od liczby iteracji algorytmu MP. Analizowano zaszumiony sygnał chirp. Zastosowano algorytm MP ze słownikiem typu chirplet

## Słowniki czasowo-częstotliwościowe

W algorytmie MP optymalną lokalizację na płaszczyźnie czas-częstotliwości zapewniają słowniki z atomami o obwiedni Gaussa [5]. Atomy słownika funkcji elementarnych, w postaci liniowych gaussowskich funkcji typu chirplet generowane są dla różnych zestawów parametru  $\gamma = (\sigma_n, t_n, f_n, \beta_n)$  na podstawie pojedynczej funkcji okna  $g(t)$  [6]

$$(8) \quad g_{\gamma n}(t) = \frac{e^{-\frac{(t-t_n)^2}{2\sigma_n^2} + j[2\pi f_n(t-t_n) + \frac{\beta_n}{2}(t-t_n)^2]}}{(\sigma_n^2 \pi)^{0.25}}$$

gdzie:  $(t_n, f_n)$  – punkt centralny atomu w skali czasu i częstotliwości,  $\sigma_n$  – odchylenie standardowe obwiedni Gaussa,  $\beta_n$  – współczynnik szybkości funkcji chirp.

Dla  $\beta_n = 0$  zależność (8) opisuje funkcję okna dla atomów Gabora [7].

Zastosowanie słownika z atomami typu chirplet do aproksymacji sygnału w porównaniu ze słownikiem Gabora daje szybszą zbieżność algorytmu MP dla sygnałów zawierających przejściowe składowe o częstotliwościach liniowo zmieniających się w czasie i szerokopasmowych sygnałów szumowych (rys. 2a,b,d). W przypadku sygnałów, będących złożeniem w czasie przebiegów sinusoidalnych o różnych częstotliwościach oba słowniki są tak samo efektywne (rys. 2c). Dla sygnałów niezaszumionych energia residuum sygnału już po kilkunastu krokach iteracji spada do poziomu błędu aproksymacji. Energia składowych, które stanowią reprezentację sygnału wynosi ponad 90 % całkowitej energii sygnału (rys. 2c,d). Występowanie szumu szerokopasmowego w analizowanym sygnale wymaga zdecydowanie większego rozmiaru słownika do aproksymacji sygnału (rys. 2a,b). Poziom błąd aproksymacji dla rekonstrukcji szumu gaussowskiego stanowi ok. 50 % energii analizowanego sygnału (rys. 2c).

## Gęstość energii w przestrzeni czas-częstotliwości

Spektrogram adaptacyjny sygnału  $AS(t, f)$ , będący estymatą gęstości energii sygnału na płaszczyźnie czas – częstotliwość, zdefiniowany jest następująco [4]

$$(9) \quad AS(t, f) = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n|^2 WVD g_m(t, f)$$

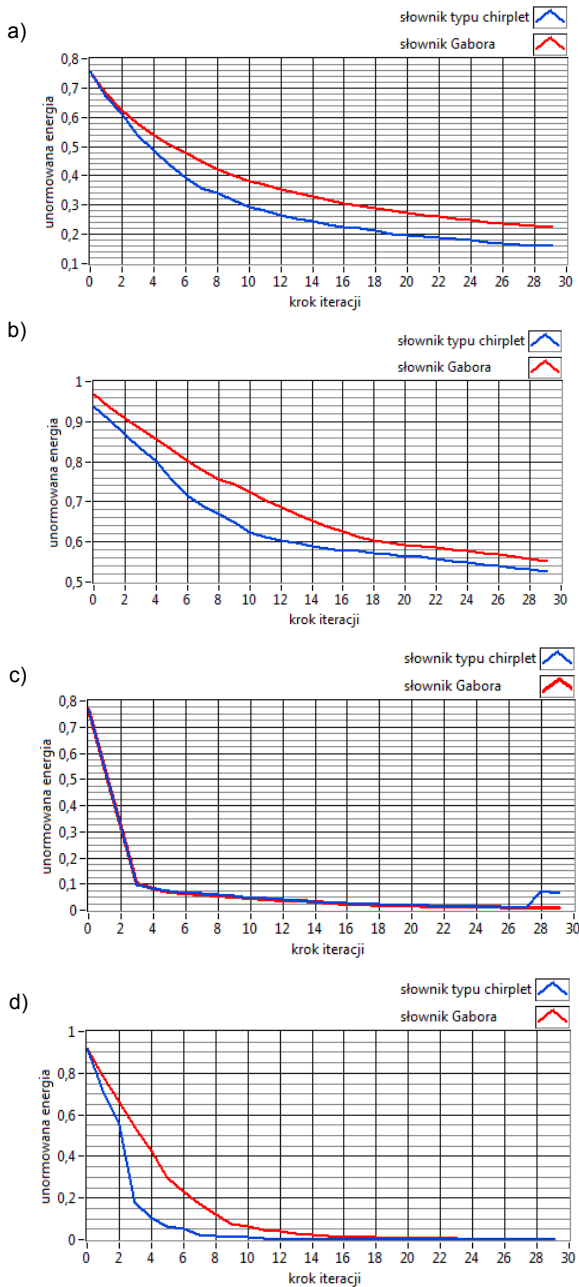
gdzie:  $WVD g_m$  jest transformatą Wignera-Ville'a pojedynczego atomu  $g_m$ .

Transformata WVD pojedynczego atomu jest zawsze dodatnia [7]. W wyniku dekompozycji sygnału za pomocą algorytmu MP ze słownikiem opisanym wyrażeniem (8) spektrogram  $AS(t, f)$  można wyrazić w postaci [6]

$$(10) \quad AS(t, f) = 2 \sum_{n=0}^{M-1} |a_n|^2 e^{-\frac{[t-t_n]^2}{\sigma_n} - (2\pi)^2 \sigma_n [f-f_n - \beta_n(t-t_n)]^2}$$

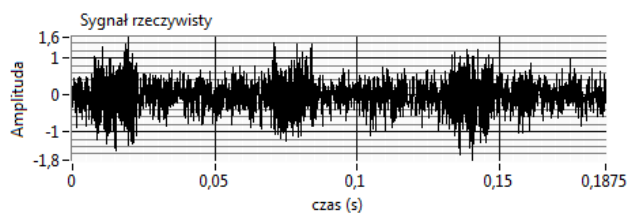
W spektrogramie nie występują składowe skrośne, a jego wartości są nieujemne [7].

Na rysunku 3 przedstawiono przebieg czasowy sygnału testowego, będący złożeniem kilku składowych typu chirp i szumu gaussowskiego, dla których wartość stosunku sygnału do szumu S/N wynosi -10 dB. Korzystając z algorytmu MP ze słownikiem typu chirplet dokonano adaptacyjnej aproksymacji sygnału dla trzech różnych rozmiarów słownika czasowo-częstotliwościowego (rys. 4), a następnie wyznaczono spektrogram adaptacyjny dla każdej reprezentacji sygnału (rys. 5).

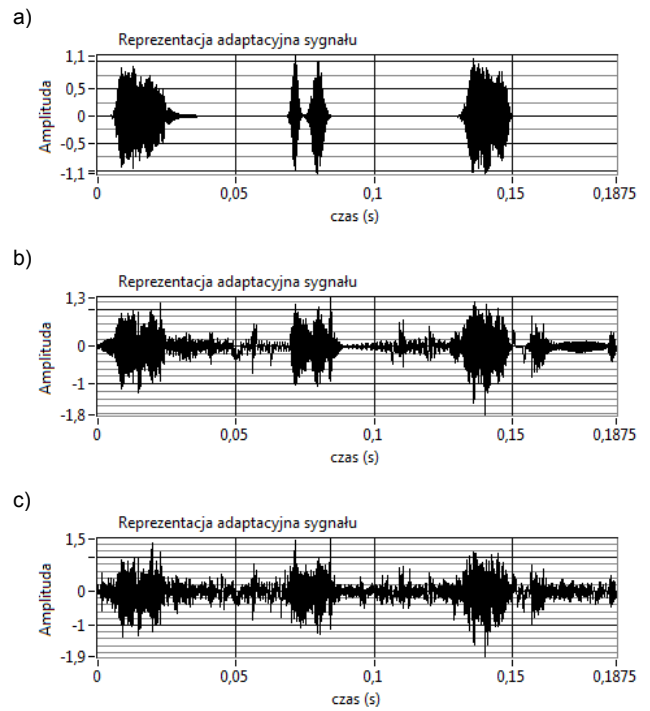


Rys. 2. Zależność unormowanej energii residuum sygnału po  $M$  iteracjach od liczby iteracji algorytmu MP. Sygnał testowy składający się z czterech składowych typu chirp i szumu gaussowskiego (a), szumu białego (b), złożenie sygnałów sinusoidalnych o zmieniającej się w czasie częstotliwości (c) oraz sygnał typu chirp (d)

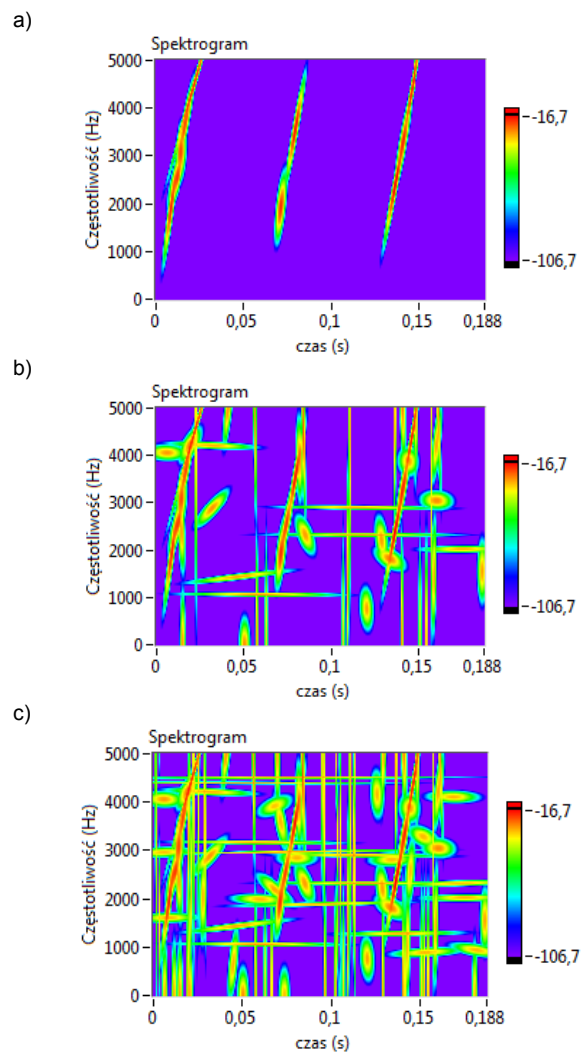
W przypadku małej liczby atomów słownika, dla których uzyskana aproksymacja reprezentuje ok. 36 % energii oryginalnego sygnału energii, w spektrogramie pojawiają się tylko dominujące struktury sygnału, opisujące cztery sygnały typu chirp (rys. 4a,5a).



Rys. 3. Przebieg czasowy sygnału testowego o długości 1875 próbek i częstotliwości próbkowania 10 kHz



Rys. 4. Przebiegi czasowe adaptacyjnej aproksymacji sygnału testowego dla rozmiaru słownika odpowiednio 10 (a), 50 (b), 100 (c)



Rys. 5. Spektrogramy adaptacyjne dla różnych aproksymacji sygnału testowego (rys. 4)

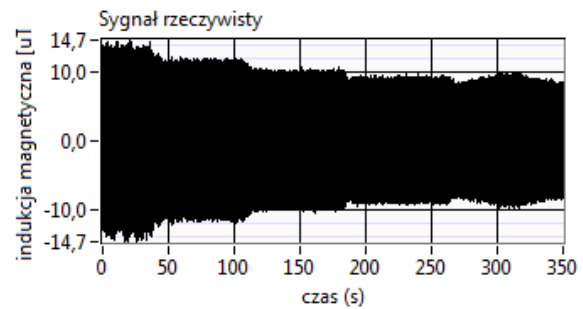
Zwiększenie rozmiaru słownika pozwala na detekcję szerokopasmowych składowych, związanych z występowaniem szumów w sygnale (rys. 5b). W tym przypadku energia sygnału, który przyjęto jako aproksymację wynosi ok. 61 % energii sygnału oryginalnego. Wysoki poziom S/N jest przyczyną tego, że do poprawnego reprezentowania struktur sygnału wymagana jest duża liczba atomów słownika. Słownik składający się ze 100 atomów w analizowanym przypadku reprezentuje dopiero 73 % energii sygnału (rys. 4c,5c). Jednocześnie w spektrogramie pojawiają się dodatkowe struktury, których charakter nie odpowiada składowym występującym w sygnale testowym. Zbyt duży rozmiar słownika może więc prowadzić do sytuacji, że algorytm MP dopasowuje atomy do struktur, których w ogóle nie ma w sygnale.

### Detekcja źródeł pola magnetycznego

Wyodrębnienie struktur czasowo-częstotliwościowych w sygnale pomiarowym, reprezentującym przebieg czasowy indukcji magnetycznej pozwala na identyfikację źródeł pola magnetycznego, występujących w otoczeniu, w którym dokonano rejestracji sygnału. Rysunek 6 przedstawia przebieg czasowy indukcji wolnozmiennego pola magnetycznego, zarejestrowanego w otoczeniu pracującego asynchronicznego klatkowego silnika elektrycznego dziobowego steru strumieniowego, zasilanego z przetwornika częstotliwości [1]. Częstotliwość napięcia wyjściowego przetwornika przestrajano w zakresie od 0 Hz do 35 Hz. Na podstawie widocznych na spektrogramie dominujących struktur czasowo-częstotliwościowych, można zidentyfikować główne źródło pola magnetycznego, którym jest przetwornik częstotliwości. W spektrogramie można łatwo wyróżnić składowe, pochodzące od częstotliwości napięcia wyjściowego falownika, ich harmoniczne i subharmoniczne (rys. 7). Ponadto w czasie pomiaru występuje składowa 50 Hz i jej harmoniczne (rys. 7a). Dla wybranego rozmiaru słownika możliwe jest również zaobserwowanie części widma, związanego z występowaniem składowych losowych (szumu) w zarejestrowanym przebiegu (rys. 7b). Zwiększenie liczby atomów słownika nie wpłynęło na istotne polepszenie czytelności otrzymanych spektrogramów. Natomiast detekcja dominującego źródła pola magnetycznego możliwa była już przy słowniku składającym się z 15 elementów.

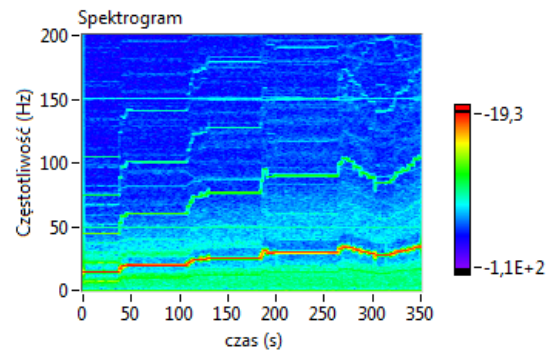
### Uwagi końcowe

W artykule przedstawiono sposób identyfikacji źródeł małowartościowego pola magnetycznego na podstawie analizy struktur czasowo-częstotliwościowych, występujących w spektrogramie. Estymację gęstości energii sygnału na płaszczyźnie czas-częstotliwość przeprowadzono na podstawie adaptacyjnej dekompozycji sygnału opartej na algorytmie MP. Zastosowanie w słowniku atomów w postaci liniowych gaussowskich funkcji typu chirplet daje dla małej liczby iteracji zadowalającą dokładność aproksymacji sygnału oryginalnego. Wybór bardzo dużego rozmiaru słownika nie jest warunkiem efektywnej aproksymacji sygnału. Jest wskazany wówczas, gdy w analizowanym sygnale występują szerokopasmowe składowe losowe o dużym poziomie. Jednocześnie zbyt mała liczba atomów wchodzących w skład dekompozycji skutkuje odtworzeniem jedynie dominujących struktur sygnału i pominięciem innych elementów składowych o niższej energii. Kolejnym etapem badań jest wskazanie sposobu wyboru optymalnego rozmiaru słownika czasowo-częstotliwościowego w algorytmie MP.

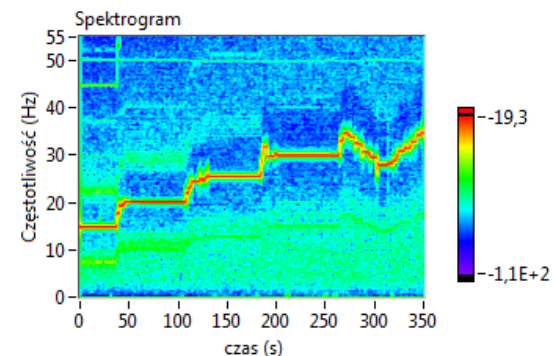


Rys. 6. Przebieg czasowy indukcji pola magnetycznego, zarejestrowany na statku morskim w trakcie manewrów

a)



b)



Rys. 7. Spektrogram adaptacyjny wyznaczony dla aproksymacji sygnału przedstawionego na rys. 6 (algorytm MP ze słownikiem chirplet o liczebności 80) w zakresie częstotliwości do 200 Hz (a) oraz do 55 Hz (b)

### LITERATURA

- [1] Pałczyńska B., Assessment of exposure to magnetic-field emission from ship's power frequency converters, *Przegląd Elektrotechniczny*, 85 (2009), nr 10, 257-261
- [2] Pałczyńska B., Kroplewski Ł., Analiza czasowo-częstotliwościowa niestacjonarnego sygnału pomiarowego, *Przegląd Elektrotechniczny* 85 (2009), nr 2, 37-40
- [3] Cohen L., Time – frequency analysis, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1995
- [4] Mallat S. g., Zhang Z., Matching pursuit with time frequency dictionaries, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41, (1993), n. 12, 3397-3415.
- [5] Durka P.J., Matching Pursuit and Unification in EEG Analysis, Artech House 2007
- [6] LabVIEW – Advanced Signal Processing Toolkit - Time Frequency Analysis Tools. User Manual, National Instruments, 2005
- [7] Yin Q., Qian S., Feng A., A fast refinement for adaptive Gaussian chirplet decomposition, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50, (2003), n. 6, 1298-1306

**Autorka:** dr inż. Beata Pałczyńska, Akademia Morska w Gdyni, Katedra Telekomunikacji Morskiej, ul. Morska 81-87, 81-225 Gdynia, E-mail: [palbeata@am.gdynia.pl](mailto:palbeata@am.gdynia.pl)