

# Model matematyczny walcarki z elementami sprężystymi w linii transmisji ruchu o rozłożonych parametrach mechanicznych

**Streszczenie.** W pracy poddano analizie procesy elektromechaniczne zachodzące w walcierce hutniczej. W modelu matematycznym opisującym zjawisko przemiany elektromechanicznej zachodzące podczas pracy urządzenia uwzględniono podatną transmisję ruchu o rozłożonych parametrach mechanicznych. Badany układ składa się z dwóch silników indukcyjnych dużej mocy, które napędzają przez długie linie wałów walce. Dla sformułowania różniczkowych równań stanu rozpatrywanego układu wykorzystano interdyscyplinarną metodę, która wykorzystuje modyfikację zasady Hamiltona

**Abstract.** In the paper the results of analysis of electromechanical processes occurring in a metallurgical rolling mill are presented. The flexible motion transmission described by distributed mechanical parameters is considered in the mathematical model of electromechanical transformation associated with operation of the device. The investigated system consists of two induction motors of high power, that drive rollers via long shafts. The interdisciplinary method is used in order to formulate the differential state equations of the considered system. The abovementioned method bases on a modification of Hamilton's principle. (**Mathematical model of a rolling mill including elastic elements in a power transmission line with the consideration of the distributed mechanical parameters.**)

**Słowa kluczowe:** zasada Hamiltona, Euler-Lagrange'a system, elektromechaniczne przetwarzanie energii, rozłożone parametry mechaniczne.

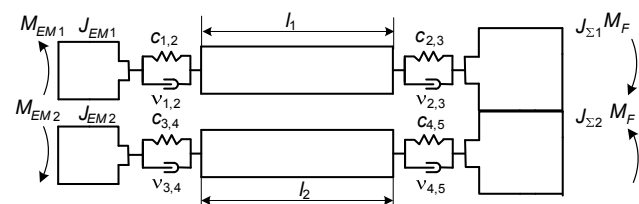
**Keywords:** Hamilton's principle, Euler-Lagrange's system, electromechanical energy transformation, distributed mechanical parameters.

## Wstęp

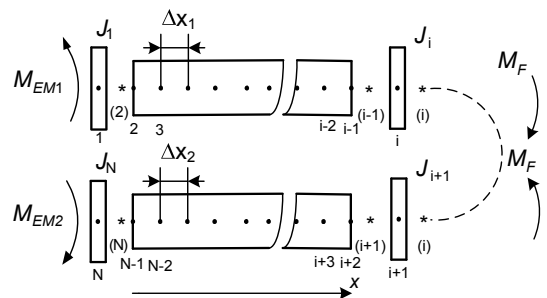
Proces technologiczny walcowania stali jest procesem bardzo skomplikowany. Ponieważ walcarki jako główne elementy posiadają ogromne wirujące masy oraz złożony układ transmisji ruchu w postaci długich wałów z wielkimi momentami bezwładności. Analiza dostępnej literatury wskazuje, że analiza długich elementów sprężystych jako równoważnych sprzęgieł elastycznych nie zawsze daje wyniki wystarczająco dokładne, zwłaszcza dla bardzo długich wałów. Takie podejście nie daje możliwości analizy ruchu fali sprężystej wzdłuż linii wałów, a przez to nie pozwala na dogłębną analizę elektromechanicznych stanów przejściowych w walcierce [3]. Dlatego w pracy zaproponowano model matematyczny walcarki, w którym podatne procesy oscylacyjne uwzględnia się jako długie elementy sprężyste o parametrach rozłożonych.

## Model matematyczny układu.

W pracy przedstawiono analizę napędu elektrycznego walcarki, który składa się z dwu silników indukcyjnych dużej mocy, które przez długą linię wałów obracają walce robocze. Schematy kinetyczny oraz obliczeniowy układu elektromechanicznego przedstawiono na rys. 1 i 2.



Rys. 1 Schemat kinetyczny układu napędowego walcarki



Rys. 2. Schemat obliczeniowy układu napędowego walcarki

Model transmisji ruchu walcarki przedstawiono jako układ o parametrach skupionych i rozłożonych [1, 5]. Jako współrzędne uogólnione przyjęto: ładunki elektryczne w uzwojeniach obu silników –  $q_{1-12} = Q_{1-12} : Q_{jSA}, Q_{jSB}, Q_{jSC},$

$Q_{jRA}, Q_{jRB}, Q_{jRC},$  gdzie  $j = 1, 2$ , kąty obrotu obu wirników oraz kąty obrotu wirównej części mechanizmu obciążenia –  $q_{13} = \gamma_1, q_{14} = \gamma_i, q_{15} = \gamma_{i+1}, q_{16} = \gamma_N,$  a jako funkcję uogólnionych współrzędnych: kąt obrotu długiego wału napędowego walców roboczych  $q(x, t) = \varphi(x, t).$  Jako uogólnionych prędkości – odpowiednio prądy w tych uzwojeniach  $\dot{q}_{1-12}(t) = \dot{i}_{1-12}(t)$  i prędkości kątowe wirnika oraz napędzanego mechanizmu, odpowiednio:  $\dot{q}_{13} = \omega_1, \dot{q}_{14} = \omega_i, \dot{q}_{15} = \omega_{i+1}, \dot{q}_{16} = \omega_N,$  a także w jako funkcję uogólnionych prędkości: prędkości kątowe długiego wału napędowego  $q_i(x, t) \equiv \partial q(x, t) / \partial t = \omega^i(x, t).$

Funkcję Lagrange'a oraz jej gęstość liniową opisują zależności [1 – 3]:

$$(1) \quad L = \tilde{T} - P + \Phi - D, \quad L_i = T_i - P_i + \Phi_i - D_i,$$

gdzie:  $L^*$  – zmodyfikowana funkcja Lagrange'a,  $L$  – gęstość liniowa zmodyfikowanej funkcji Lagrange'a  $\tilde{T}^*$  – koenergia kinetyczna,  $P^*$  – energia potencjalna,  $\Phi^*$  – energia dyssypacji,  $D^*$  – energia sil zewnętrznych,  $T, P, \Phi, D$  – gęstości wspomnianych funkcji.

Elementy lagrangianu niekonserwatywnego [1 – 3] przedstawiają równania:

$$(2) \quad \tilde{T}^* = \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^3 \left[ \int_0^{i_{nSj}} \Psi_{nSj}(i_{nSj}) di_{nSj} + \int_0^{i_{nRj}} \Psi_{nRj}(i_{nRj}) di_{nRj} \right] + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_i \omega_i^2}{2} + \frac{J_{i+1} \omega_{i+1}^2}{2} + \frac{J_N \omega_N^2}{2}, \quad j = A, B, C,$$

$$(3) \quad P^* = \frac{c_{1,2}(\gamma_2 - \gamma_1)^2}{2} + \frac{c_{2,3}(\gamma_i - \gamma_{i-1})^2}{2} + \frac{c_{3,4}(\gamma_{i+2} - \gamma_{i+1})^2}{2} + \frac{c_{4,5}(\gamma_N - \gamma_{N-1})^2}{2},$$

$$(4) \quad \Phi^* = \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^3 \int_0^i \frac{1}{2} (r_{nSj} i_{nSj}^2 + r_{nRj} i_{nRj}^2) d\tau + \frac{V_{1,2}(\omega_2 - \omega_1)^2}{2}$$

$$+ \frac{v_{2,3}(\omega_i - \omega_{i-1})^2}{2} + \frac{v_{3,4}(\omega_{i+2} - \omega_{i+1})^2}{2} + \frac{v_{4,5}(\omega_N - \omega_{N-1})^2}{2},$$

$$(5) \quad D^* = \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^3 \int_0^t u_{nS} i_{nS} dt + \int_0^{\omega_1} M_{EM1} d\omega_1 d\tau + \int_0^{\omega_N} M_{EM2} d\omega_N d\tau - \int_0^{\omega_1} M_F d\omega_1 d\tau + \int_0^{\omega_{i+1}} M_F d\omega_{i+1} d\tau,$$

$$(6) \quad T = \frac{\rho J_p}{2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2, \quad P = \frac{G J_p}{2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2, \quad \Phi = \frac{\xi}{2} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} \right)^2,$$

gdzie:  $S, R$  – indeksy stojana i wirnika,  $\Psi$  – strumień skojarzony,  $r_S, r_R$  – rezystancja uzwojenia stojana i wirnika silników,  $u_S$  – napięcie fazowe zasilania silników,  $\varphi(x, t)$  – kąt obrotu linii wałów napędowych wałców roboczych,  $\omega' = \partial \varphi / \partial t$  – prędkość kątowna linii wałów,  $G$  – moduł sprężystości poprzecznej,  $\xi$  – współczynnik rozproszenia wewnętrznego w linii wałów,  $x$  – bieżąca współrzędna wzdłuż linii wałów,  $\rho$  – gęstość materiału wała,  $J_p$  – biegunowy moment bezwładności wału napędowego,  $M_{EM1}, M_{EM2}$  – momenty elektromagnetyczne silników indukcyjnych,  $M_F = k_F M_O$  – aktywny moment obciążenia z uwzględnieniem współczynnika tarcia:  $k_F, c, v$  – współczynniki sztywności i rozproszenia sprzęgieł.

Formułując z wykorzystaniem zależności (2) – (6) niekonserwatywny lagrangian i podstawiając go do funkcjonału działania wg Hamiltona [1, 2], oraz wyznaczając wariacje tego funkcjonału otrzymano równania Eulera-Lagrange'a oraz Eulera-Piossona. Na ich podstawie można zapisać zależności:

$$(7) \quad \frac{d\Psi_{nS}}{dt} + \mathbf{r}_{nS} \mathbf{i}_{nj} - \mathbf{u}_{nS} = 0,$$

$$(8) \quad \frac{d\Psi_{nR}}{dt} + \mathbf{r}_{nR} \mathbf{i}_{nR} = 0, \quad n = 1, 2,$$

$$(9) \quad \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{1}{J_1} (c_{1,2}(\gamma_2 - \gamma_1) + v_{1,2}(\omega_2 - \omega_1) + M_{EM1}),$$

$$(10) \quad \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{1}{J_i} (-c_{2,3}(\gamma_i - \gamma_{i-1}) - v_{2,3}(\omega_i - \omega_{i-1}) + c_{3,4}(\gamma_{i+2} - \gamma_{i+1}) + v_{3,4}(\omega_{i+2} - \omega_{i+1}) - M_F),$$

$$(11) \quad \frac{d\omega_{i+1}}{dt} = \frac{1}{J_{i+1}} (M_F + c_{2,3}(\gamma_{i-1} - \gamma_i) - v_{2,3}(\omega_{i-1} - \omega_i) + c_{3,4}(\gamma_{i+1} - \gamma_{i+2}) + v_{3,4}(\omega_{i+1} - \omega_{i+2})),$$

$$(12) \quad \frac{d\omega_N}{dt} = -\frac{1}{J_N} (M_{EM2} - c_{4,5}(\gamma_N - \gamma_{N-1}) - v_{4,5}(\omega_N - \omega_{N-1})),$$

$$(13) \quad \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\xi}{\rho J_p} \frac{\partial^2 \omega(x, t)}{\partial x^2}.$$

Następnie, prowadząc obliczenia z uwzględnieniem równań stacjonarnych powiązań otrzymujemy model matematyczny silników indukcyjnych [1, 2]

$$(14) \quad \frac{d\mathbf{i}_{nS}}{dt} = \mathbf{A}_{nS}(\mathbf{u}_{nS} - \mathbf{r}_{nS} \mathbf{i}_{nS}) + \mathbf{A}_{nSR}(-\Omega_{nR} \Psi_{nR}^{\Pi} - \mathbf{r}_{nR} \mathbf{i}_{nR}^{\Pi}),$$

$$(15) \quad \frac{d\mathbf{i}_{nR}^{\Pi}}{dt} = \mathbf{A}_{nRS}(\mathbf{u}_{nS} - \mathbf{r}_{nS} \mathbf{i}_{nS}) + \mathbf{A}_{nR}(-\Omega_{nR} \Psi_{nR}^{\Pi} - \mathbf{R}_{nRL} \mathbf{i}_{nR}^{\Pi}), \quad n = 1, 2,$$

gdzie:  $\mathbf{A}$  – macierze współczynników, które zależą od indukcyjności maszyn,  $\Pi$  – wskazuje na przekształcony układ współrzędnych [1 – 3].

Momenta elektromagnetyczne silników indukcyjnych wyznaczono na podstawie równania [1]:

$$(16) \quad M_{EMn} = \sqrt{3} p_{n0} (i_{nSB}^{\Pi} i_{nRA}^{\Pi} - i_{nSA}^{\Pi} i_{nRB}^{\Pi}) / \tau_n,$$

gdzie  $p_0$  – liczba par biegunów maszyn,  $\tau$  – odwrotna statyczna indukcyjność silnika.

Do równania (13) umowy brzegowe na podstawie rys. 1 i 2 opisane są zależnościami:

$$(17) \quad G_1 J_{1p} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=0} + \xi_1 \frac{\partial \omega_1'}{\partial x} \Big|_{x=0} + c_{1,2}(\gamma_1 - \gamma_2) + v_{1,2}(\omega_1 - \omega_2) = 0,$$

$$(18) \quad G_1 J_{1p} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=l_1-0} + \xi_1 \frac{\partial \omega_1'}{\partial x} \Big|_{x=l_1-0} - c_{2,3}(\gamma_{i-1} - \gamma_i) - v_{2,3}(\omega_{i-1} - \omega_i) = 0,$$

$$(19) \quad G_2 J_{2p} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=l_1+0} + \xi_2 \frac{\partial \omega_2'}{\partial x} \Big|_{x=l_1+0} + c_{3,4}(\gamma_{i+1} - \gamma_{i+2}) + v_{3,4}(\omega_{i+1} - \omega_{i+2}) = 0,$$

$$(20) \quad G_2 J_{2p} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=l_1+l_2} + \xi_2 \frac{\partial \omega_2'}{\partial x} \Big|_{x=l_1+l_2} - c_{4,5}(\gamma_{N-1} - \gamma_N) - v_{4,5}(\omega_{N-1} - \omega_N) = 0.$$

Równania (13), (17) – (20) dyskretyzowano przy pomocy metody różnic skończonych [1]. Po wykonaniu przekształceń otrzymano następujące zależności:

$$(21) \quad \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{2(c_{1,2}(\gamma_1 - \gamma_2) + v_{1,2}(\omega_1 - \omega_2))}{\rho_1 J_{1p} \Delta x_1} - \frac{2(J_{1p} G_1 (\gamma_2 - \gamma_3) + \xi_1 (\omega_2 - \omega_3))}{\rho_1 J_{1p} (\Delta x_1)^2},$$

$$(22) \quad \frac{d\omega_{i-1}}{dt} = \frac{2(J_{1p} G_1 (\gamma_{i-2} - \gamma_{i-1}) + \xi_1 (\omega_{i-2} - \omega_{i-1}))}{\rho_1 J_{1p} (\Delta x_1)^2} - \frac{2(c_{2,3}(\gamma_{i-1} - \gamma_i) + v_{2,3}(\omega_{i-1} - \omega_i))}{\rho_1 J_{1p} \Delta x_1},$$

$$(23) \quad \frac{d\omega_{i+2}}{dt} = \frac{2(c_{3,4}(\gamma_{i+1} - \gamma_{i+2}) + v_{3,4}(\omega_{i+1} - \omega_{i+2}))}{\rho_2 J_{2p} \Delta x_2} - \frac{2(J_{2p} G_2 (\gamma_{i+1} - \gamma_{i+2}) + \xi_2 (\omega_{i+1} - \omega_{i+2}))}{\rho_2 J_{2p} (\Delta x_2)^2},$$

$$(24) \quad \frac{d\omega_{N-1}}{dt} = \frac{2(J_{2p} G_2 (\gamma_{N-2} - \gamma_{N-1}) + \xi_2 (\omega_{N-2} - \omega_{N-1}))}{\rho_2 J_{2p} (\Delta x_2)^2} - \frac{2(c_{4,5}(\gamma_{N-1} - \gamma_N) + v_{4,5}(\omega_{N-1} - \omega_N))}{\rho_2 J_{2p} \Delta x_2},$$

$$(25) \quad \frac{d\omega_j}{dt} = \frac{\xi_1}{\rho_1 J_{1p} (\Delta x_1)^2} (\omega_{j-1} - 2\omega_j + \omega_{j+1}) + \frac{G_1}{\rho_1 (\Delta x_1)^2} (\gamma_{j-1} - 2\gamma_j + \gamma_{j+1}), \quad j = 3, \dots, i - 2,$$

$$(26) \quad \frac{d\omega_k}{dt} = \frac{\xi_2}{\rho_2 J_{2p} (\Delta x_2)^2} (\omega_{k-1} - 2\omega_k + \omega_{k+1}) + \frac{G_2}{\rho_2 (\Delta x_2)^2} (\gamma_{k-1} - 2\gamma_k + \gamma_{k+1}), \quad k = i + 3, \dots, N - 2,$$

$$(27) \quad \frac{d\gamma_i}{dt} = \omega_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

W przypadku absolutnie sztywnego połączenia między walcami ( $k_F = 1$ ) dwa równania (10) i (11) można zapisać w postaci zależności:

$$(28) \quad \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{1}{J_i + J_{i+1}} \left( -c_{2,3}(\gamma_i - \gamma_{i-1}) - v_{2,3}(\omega_i - \omega_{i-1}) + \right. \\ \left. + c_{3,4}(\gamma_{i+2} - \gamma_{i+1}) + v_{3,4}(\omega_{i+2} - \omega_{i+1}) - M_O \right), \quad \omega_{i+1} \equiv \omega_i,$$

Całkowity model matematyczny układu walcarki opisuje układ równań różniczkowych: (9) – (12), (14), (15), (21) – (27) [lub zamiast (10), (11) – równanie (28)] z uwzględnieniem wyrażenia (16).

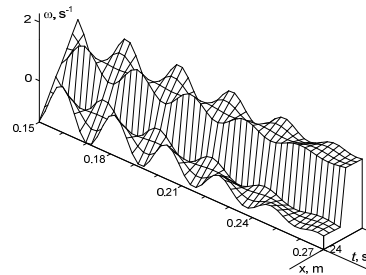
### Wyniki symulacji komputerowej.

Do analizy stanów nieustalonych została wykorzystana walcarka dużej mocy, schemat kinematyczny której przedstawiono na rys. 1. W skład analizowanego układu elektromechanicznego wchodzi: dwa silniki indukcyjne o danych  $U_N = 6000$  V,  $f_N = 50$  Hz,  $P_N = 6300$  kW,  $n_N = 139$  obr/min,  $p = 20$ ,  $R_1 = 0,0808$   $\Omega$ ,  $R_2' = 0,0906$   $\Omega$ ,  $R_{Fe} = 481,70$   $\Omega$ ,  $L_m = 0,0587$  H,  $L_{\delta 1} = 1,135$  mH,  $L'_{\delta 2} = 1,135$  mH,  $J_S = 2200$  kgm<sup>2</sup>, a także układ mechaniczny o danych sprzęgło silnikowe – wymiary:  $d_{sr} = 1200$  mm,  $l = 1400$  mm, łącznik główny – wymiary:  $d = 800$  mm,  $l = 12000$  mm, łączniki przegubowe – wymiary:  $d = 800$  mm,  $l = 3200$  mm, końcówki wałów walców roboczych:  $d = 450$  mm,  $l = 1800$  mm, końcówki wałów walców oporowych - wymiary:  $d = 450$  mm,  $l = 1800$  mm, wałek roboczy – wymiary:  $d = 600$  mm,  $l = 2500$  mm, wałek oporowy – wymiary:  $d = 800$  mm,  $l = 2500$  mm.

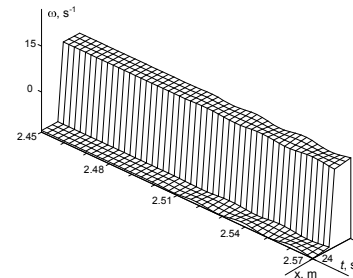
Obliczenia symulacyjne procesów nieustalonych w układzie elektromechanicznym walcarki przeprowadzono dla trzech przypadków. Podczas rozruchu układu obciążenie walcarki był równe 10 % obciążenia znamionowego (stan jałowy) przy obniżonym napięciu. Po osiągnięciu prędkości ustalonej napięcie silników zostało zwiększone do wartości znamionowej. Następnie walcarka została obciążona momentem roboczym. Po czasie  $t$  obciążenie maleje do wartości 10 % znamionowego. Wartość momentu obciążenia roboczego walcarki wynosi 130% momentu znamionowego. Parametry układu mechanicznego są następujące:  $J_1 = J_2 = 7700$  kg·m<sup>2</sup>,  $c_{1,2} = c_{3,4} = \infty$  Nm,  $c_{2,3} = c_{4,5} = 1,02 \cdot 10^9$  Nm,  $v_{2,3} = v_{4,5} = 3 \cdot 10^5$  Nms,  $J_{p1} = J_{p2} = 0,04$  m<sup>4</sup>,  $J_{\Sigma 1} = J_{\Sigma 2} = 9200$  kgm<sup>2</sup>,  $\xi_1 = \xi_2 = 100$  Nm<sup>2</sup>s,  $N = 180$ ,  $i = 90$ ,  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,133$  m,  $k_F = 1$ .

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego prędkości kątowej w linii wałów roboczych w przedziałach czasowych  $t \in [0,15; 0,27]$  i  $t \in [2,45; 2,57]$  s. Na pierwszym z rysunków widać jak prędkości kątowe obu walców roboczych zaczynają wzrastać: pierwszy wałek w dodatnim kierunku, a drugi – w ujemnym. Drugi rysunek przedstawia pole mechaniczne w stanie bliskim do ustalonego tzn. amplituda oscylacji jest praktycznie minimalna.

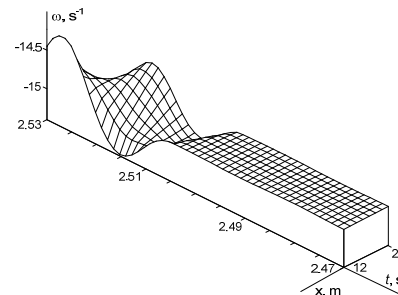
Na rysunku 5 przedstawiono czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego prędkości kątowej pierwszej części linii wałów w przedziale czasowym  $t \in [2,47; 2,53]$  s. Widać tutaj, jak w chwili  $t = 2,5$  s zwiększają się drgania prędkości wału, który spowodowany jest wzrostem napięcia zasilania silników. Ten proces jest także obecny w poprzednim rysunku, ale ze względu na skalę jest on słabo widoczny.



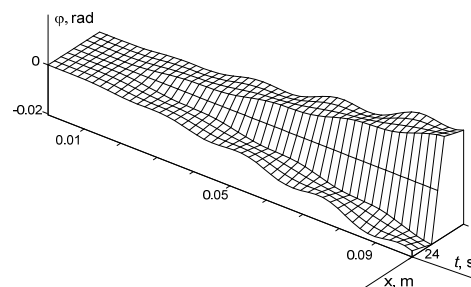
Rys. 3. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego prędkości kątowej w linii wałów roboczych w przedziale czasowym  $t \in [0,15; 0,27]$  s



Rys. 4. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego prędkości kątowej w linii wałów roboczych w przedziale czasowym  $t \in [2,45; 2,57]$  s



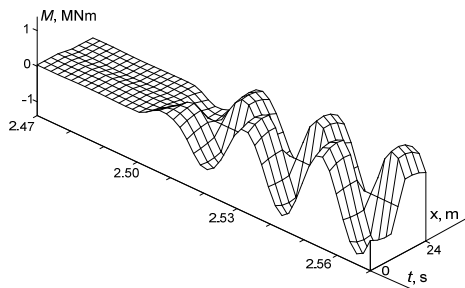
Rys. 5. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego prędkości kątowej pierwszego odcinka linii wałów roboczych w przedziale czasowym  $t \in [2,47; 2,53]$  s



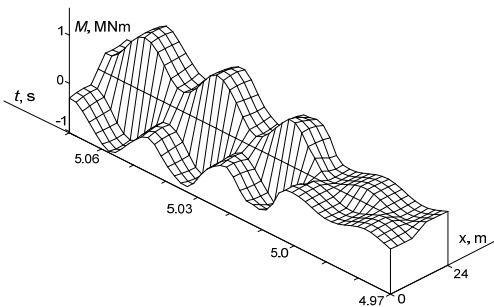
Rys. 6. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego kąta obrotu linii wałów roboczych w przedziale czasowym  $t \in [0; 0,1]$  s

Na rysunku 6 przedstawiono czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego kąta obrotu linii wałów dla w przedziale czasowym  $t \in [0; 0,1]$  s.

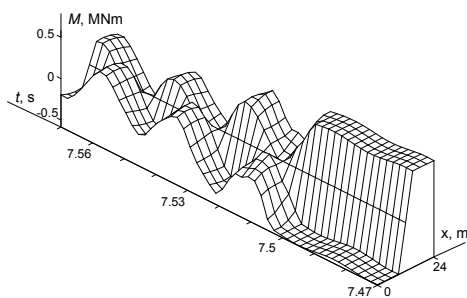
Na rysunkach 7 do 10 przedstawiono czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego momentu sprężystości w linii wałów roboczych w przedziałach czasowych, odpowiednio  $t \in [2,47; 2,57]$ ,  $t \in [4,97; 5,07]$ ,  $t \in [7,47; 7,57]$ ,  $t \in [9,87; 9,97]$ . Pierwszy z tych rozkładów przestrzenno-czasowych cechuje stan zwiększenia napięcia zasilania silników, drugi rysunek to moment wyłączania obciążania walcowni, trzeci – moment wyłączenia obciążania walcowni (stan jałowy) i, na koniec, czwarty rysunek przedstawia stan jałowy układu elektromechanicznego.



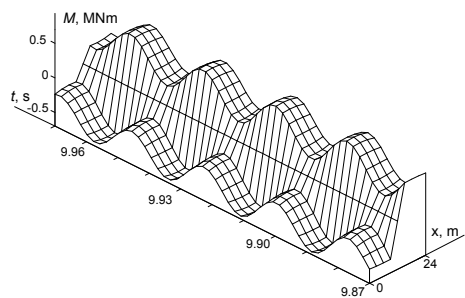
Rys. 7. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego momentu sprężystości w linii wałów roboczych w przedziale czasowym  $t \in [2,47; 2,57]$  s



Rys. 8. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego momentu sprężystości w linii wałów roboczych w przedziale czasowym  $t \in [4,97; 5,07]$  s



Rys. 9. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego momentu sprężystości w linii wałów roboczych w przedziale czasowym  $t \in [7,47; 7,57]$  s



Rys. 10. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego momentu sprężystości w linii wałów roboczych w przedziale czasowym  $t \in [9,87; 9,97]$  s

## Wnioski

1. Wykorzystanie interdyscyplinarnej metody przedstawionej w [1], [2] pozwoliło na formułowanie modeli matematycznych bardzo skomplikowanych układów elektromechanicznych, które opisuje się zarówno teorią pól elektromagnetycznego i mechanicznego oraz teorią obwodów, co w przypadku ogólnym pozwala formować równania stanu układu wyłącznie z jedynej koncepcji elektromechanicznego przetwarzania energii.
2. Analiza otrzymanych wyników symulacji komputerowych daje podstawy wnioskować, że zaniedbania podatności złożonej transmisji ruchu walcarki wielkiej mocy prowadzi nie tylko do zmniejszenia dokładności badan, ale czasami do całkowicie nieprawidłowych wyników. Właśnie zwiększenie dokładności symulacji zostało osiągnięte drogą wykorzystania połączenia układów o parametrach skupionych i rozłożonych.
3. Przestrzenna dyskretyzacja równań o pochodnych cząstkowych z kolejną czasową dyskretyzacją dla zadań podobnego typu jest najczęściej stosowana. Takie podejścia pozwala istotnie obniżyć sztywność równań różniczkowych, co daje możliwość wykorzystania jawnych metod całkowania do ich rozwiązania.

## LITERATURA

- [1] Chaban A. Modelowanie matematyczne procesów oscylacyjnych systemów elektromechanicznych. (Wydanie drugie, zmienione i uzupełnione). – Lwów: W-wo T. Soroki 2008. – 328 s. (w języku Ukraińskim).
- [2] Lis M.: Modelowanie matematyczne procesów przejściowych w elektrycznych układach napędowych o złożonej transmisji ruchu, Seria monografie, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2013
- [3] Czaban A., Rusek A., Lis M.: Model matematyczny układu napędowego głębokożłobkowego silnika indukcyjnego obciążanego generatorem synchronicznym. Technical News – 2012/1(35), 2(36). – S. 58 – 62.
- [4] Rusek A.: Stany dynamiczne układów napędowych z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania, Seria Monografie 228, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2012,
- [5] Ziemiński R.: Analiza drgań swobodnych pełnego układu dyskretno-ciągłego typu // Zesz. Nauk. A.G.H. – 1980. – Ne 775. – S. 177 – 188.
- [6] Puchala A.: Elektromechaniczne przetworniki energii, BOBRME Komel, Katowice 2002

**Autorzy:** prof. dr hab. inż. Andrzej Rusek, Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, al. Armii Krajowej 17, E-mail: [rusek@el.pcz.czest.pl](mailto:rusek@el.pcz.czest.pl); prof. nadzw. dr hab. inż. Andriy Czaban, Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, al. Armii Krajowej 17, E-mail: [atchaban@gmail.com](mailto:atchaban@gmail.com); dr. inż. Marek Lis Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, al. Armii Krajowej 17 [lism@el.pcz.czest.pl](mailto:lism@el.pcz.czest.pl); mgr inż. Marek Patro; mgr inż. Tomasz Śliwiński Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, al. Armii Krajowej 17.