

Modelowanie matematyczne procesów nieustalonych w wielomaszynowym układzie napędowym o złożonej transmisji ruchu

Streszczenie. W pracy poddano analizie procesy elektromechaniczne w układzie wielomaszynowym o złożonej transmisji ruchu. Badany układ składa się z dwóch głębokożłobkowych silników indukcyjnych, które poprzez długie sprężyste elementy łączące z obu stron napędzają mechanizm obciążenia. System rozpatruje się jako układ o elektrycznych i mechanicznych parametrach rozłożonych. Dla formułowania różniczkowych równań stanu wykorzystano interdyscyplinarną metodę, która wykorzystuje modyfikację zasady Hamiltona-Ostrogradskiego. Wyniki symulacji komputerowych przypadków obliczeniowych przedstawiono w postaci graficznej.

Summary. In the paper electromechanical processes in a multi-machine system with a complex motion transmission have been analyzed. The examined system consists of two deep-slot induction motors, which are connected from both sides to the load through long elastic components. The system is considered as containing distributed electrical and mechanical parameters. For formulation of differential state equations an interdisciplinary method based on modified Hamilton-Ostrogradsky principle was used. The results of computer simulations have been depicted in charts. (**Mathematical modeling of transient processes in a multi-machine drive system with a complex motion transmission**)

Słowa kluczowe: zasada Hamiltona-Ostrogradskiego, Euler-Lagrange'a system, układ dwumaszynowy, elementy sprężyste.

Keywords: Hamilton-Ostrogradsky principle, Euler-Lagrange system, two-machine system, elastic components.

doi:10.12915/pe.2014.06.50

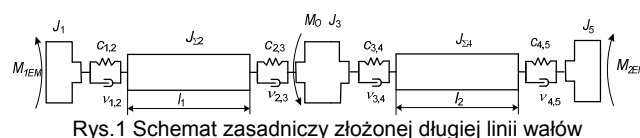
Wstęp

Ważnym zagadnieniem badawczym z punktu widzenia szerokiego zastosowania w przemysłowych systemach elektromechanicznych układów wielomaszynowych, jest analiza ich pracy z zastosowaniem metod symulacyjnych. Maszyny w układach wielomaszynowych połączone są ze sobą za pomocą powiązań elektrycznych lub mechanicznych, a czasami jednocześnie jednych i drugich. Koncepcja przetwarzania energii elektrycznej w mechaniczną, a następnie mechanicznej w elektryczną powoduje, że przy zastosowaniu modeli klasycznych do modelowania matematycznego analiza pracy takich układów nie jest prosta, a przy założeniu, że elementy układu rozpatruje się jako systemy o parametrach rozłożonych, staje się bardzo trudna. Do modelowania matematycznego takich układów celowe jest stosowanie metod wariacyjnych.

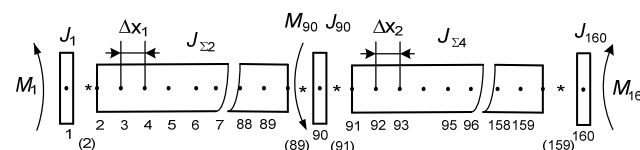
W pracy przedstawiono modele matematyczne układów dwumaszynowych, połączonych długimi elementami sprężystymi, które są rozpatrywane jako układy o parametrach skupionych oraz rozłożonych. Modele matematyczne układów sformułowano na podstawie interdyscyplinarnej metody, drogą formowania rozszerzonego funkcjonału działania Hamiltona-Ostrogradskiego.

Model matematyczny układu.

Zastosowanie jednego dużego silnika w układzie napędowym, w którym występują duże obciążenia tylko w stanach przejściowych (rozruch, nawrót itp.), jest z powodów ekonomicznych niekorzystne. W takim przypadku, dla efektywnej pracy napędu należy zastosować układ elektromechaniczny składający się z dwóch silników pracujących na wspólne obciążenie. Takie podejście prowadzi do zmniejszenia momentów uderzeniowych w elementach transmisji ruchu i wiąże się ze zwiększeniem niezawodności pracy tych urządzeń. Silniki mogą pracować połączone w układzie elektrycznym jak i mechanicznym równoległym, szeregowym lub w układzie mieszanym. W pracy poddano analizie przypadek połączenia równoległego, jako najczęściej stosowanego w rozwiązaniach przemysłowych. Schemat badanego układu napędowego przedstawiono na rysunkach 1 i 2.



Rys.1 Schemat zasadniczy złożonej długiej linii wałów



Rys.2. Schemat obliczeniowy złożonej długiej linii wałów (dyskretyzowany)

Jako uogólnione współrzędne modelu matematycznego przyjęto: ładunki elektryczne w uzwojeniach silników - $q_{1-12}(t) = Q_{1-12}(t)$, kąty obrotu obu wirników oraz obciążenia - $q_{13}(t) = \gamma_1(t)$, $q_{14}(t) = \gamma_{90}(t)$, $q_{15}(t) = \gamma_{160}(t)$, a także, jako funkcję uogólnionych współrzędnych kąt obrotu długiego elementu sprężystego $q(x, t) = \varphi(x, t)$. Jako uogólnione prędkości przyjęto odpowiednio prądy w uzwojeniach silników $\dot{q}_{1-12}(t) = i_{1-12}(t)$, prędkości kątowe wirników oraz obciążenia $\dot{q}_{13}(t) = \omega_1(t)$, $\dot{q}_{14}(t) = \omega_{90}(t)$, $\dot{q}_{15}(t) = \omega_{160}(t)$, a także funkcję prędkości kątowej długiego elementu sprężystego $\dot{q}(x, t) = \omega(x, t)$.

Zmodyfikowana funkcja Lagrange'a oraz jej gęstości liniowe opisane są następującymi zależnościami:

$$(1) \quad L = \tilde{T} - P + \Theta - D \quad L_l = T_l - P_l + \Theta_l - D_l,$$

gdzie: L - zmodyfikowana funkcja Lagrange'a, L_l - gęstość liniowa zmodyfikowanej funkcji Lagrange'a \tilde{T} - koenergia kinetyczna, P - energia potencjalna, Θ - energia dyssypacji, D - energia sil zewnętrznych, T_l, P_l, Θ_l, D_l - gęstości wspomnianych funkcji.

Stosując przyjęte założenia sformułowano rozszerzony funkcjonał wg Hamiltona-Ostrogradskiego. Elementy funkcji

Lagrange'a dla układu napędowego z rysunków 1 i 2 przyjmują postać [1,2]:

$$(2) \quad \tilde{T} = \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^3 \left[\int_0^{i_{nSj}} \Psi_{nSj}(i_{nSj}) di_{nSj} + \int_0^{i_{nRj}} \Psi_{nRj}(i_{nRj}) di_{nRj} \right] +$$

$$(3) \quad P = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_{90} \omega_{90}^2}{2} + \frac{J_{160} \omega_{160}^2}{2} + \frac{c_{1,2}(\gamma_2 - \gamma_1)^2}{2} + \frac{c_{2,3}(\gamma_{89} - \gamma_{90})^2}{2} + \frac{c_{3,4}(\gamma_{91} - \gamma_{90})^2}{2} + \frac{c_{4,5}(\gamma_{159} - \gamma_{160})^2}{2}$$

$$(4) \quad \Theta = \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^3 \int_0^t \frac{1}{2} (R_{nSj} i_{nSj}^2 + R_{nRLj} i_{nRj}^2) d\tau + \frac{v_{1,2}(\omega_2 - \omega_1)^2}{2} + \frac{v_{2,3}(\omega_{89} - \omega_{90})^2}{2} + \frac{v_{3,4}(\omega_{91} - \omega_{90})^2}{2} + \frac{v_{4,5}(\omega_{159} - \omega_{160})^2}{2}$$

$$(5) \quad D = \sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^3 \int_0^t (u_{nSj} i_{nSj} - u_{nRj} i_{nRj}) d\tau + \int_0^t \left(\int_0^{\omega_1} M_{1EM} d\omega_1 + \int_0^{\omega_{60}} M_{2EM} d\omega_{160} - \int_0^{\omega_{90}} M_{90} d\omega_{90} \right) d\tau$$

$$(6) \quad T_l = \frac{\rho J_p}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2, \quad P_l = \frac{G J_p}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2, \quad \Theta_l = \int_0^t \frac{\xi}{2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} \right)^2 d\tau, \quad D_l = 0,$$

gdzie: S, R - indeksy stojana i wirnika, u_R - napięcie na prętach klatki wirnika, $\varphi(x, t)$ - kąt skręcenia sprężystego

elementu łączącego silniki z obciążeniem, $\omega = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ - prędkość kątowa elementu łączącego, τ - dodatkowa zmienna całkowania, G - współczynnik sprężystości poprzecznej, ξ - współczynnik rozproszenia wewnętrznego, x - bieżąca współrzędna wzdłuż elementu łączącego, ρ - gęstość materiału elementu łączącego, J_p - biegunowy moment bezwładności elementu sprężystego, $M_{1,2EM}$ - momenty elektromagnetyczne pierwszego i drugiego silnika indukcyjnego, M_O - aktywny moment obciążenia, c, v - współczynniki sztywności i rozproszenia sprężystości.

Następnie wyznaczono wariację funkcjonu działania wg Hamiltona-Ostrogradskiego i przyrównano ją do zera [1] otrzymując zależności:

$$(7) \quad \frac{d\Psi_{nSj}(i_{nSj})}{dt} + R_{nS} i_{nSj} - u_{nSj} = 0, \quad n = 1, 2, \quad j = A, B, C$$

$$(8) \quad \frac{d\Psi_{nRj}(i_{nRj})}{dt} + R_{RL} i_{nRj} + u_{nRj} = 0, \quad , ,$$

$$(9) \quad \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{1}{J_1} (c_{1,2}(\gamma_2 - \gamma_1) + v_{1,2}(\omega_2 - \omega_1) + M_{1EM}),$$

$$(10) \quad \frac{d\omega_{90}}{dt} = \frac{1}{J_{90}} (-c_{2,3}(\gamma_{90} - \gamma_{89}) - v_{2,3}(\omega_{90} - \omega_{89})) + \frac{1}{J_{90}} (c_{3,4}(\gamma_{91} - \gamma_{90}) + v_{3,4}(\omega_{91} - \omega_{90}) - M_{90}),$$

$$(11) \quad \frac{d\omega_{160}}{dt} = \frac{1}{J_{160}} (-c_{4,5}(\gamma_{160} - \gamma_{159})) + \frac{1}{J_{160}} (-v_{4,5}(\omega_{160} - \omega_{159}) + M_{2EM}),$$

$$(12) \quad \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\xi}{\rho J_p} \frac{\partial^2 \omega(x, t)}{\partial x^2}.$$

Dokonując przekształceń matematycznych otrzymano model matematyczny układu napędowego składającego się z dwóch silników indukcyjnych połączonych przy pomocy elementów sprężystych z obciążeniem [1,2]

$$(13) \quad \frac{d\mathbf{i}_{nS}}{dt} = \mathbf{A}_{nS}(\mathbf{u}_{nS} - \mathbf{R}_{nS}\mathbf{i}_{nS}) + \mathbf{A}_{nSR}(-\mathbf{u}_{nR}^{\Pi} - \mathbf{\Omega}_{nR}\Psi_{nR}^{\Pi} - \mathbf{R}_{nRL}\mathbf{i}_{nR}^{\Pi}),$$

$$(14) \quad \frac{d\mathbf{i}_{nR}^{\Pi}}{dt} = \mathbf{A}_{nRS}(\mathbf{u}_{nS} - \mathbf{R}_{nS}\mathbf{i}_{nS}) + \mathbf{A}_{nR}(-\mathbf{u}_{nR}^{\Pi} - \mathbf{\Omega}_{nR}\Psi_{nR}^{\Pi} - \mathbf{R}_{nRL}\mathbf{i}_{nR}^{\Pi}),$$

gdzie: \mathbf{A} - macierzy współczynników, które zależą od indukcyjności maszyn, indeks górny Π - wskazuje na przekształcony układ współrzędnych [6]

Zdyskretyzowane równania pola magnetycznego przedstawimy jako równania powiązań [3]

$$(15) \quad \frac{\partial \mathbf{H}_{ni}}{\partial t} = \frac{v}{\gamma(\Delta z_n)^2} (\mathbf{H}_{ni-1} - 2\mathbf{H}_{ni} + \mathbf{H}_{ni+1}),$$

$$(16) \quad \mathbf{E}_n(0) = -\frac{k_{nu}k_{ni}}{2\gamma(\Delta z_n)} (-3\mathbf{H}_{n1} + 4\mathbf{H}_{n2} - \mathbf{H}_{n3}), \quad n = 1, 2, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$$(17) \quad \mathbf{u}_{nR} = \mathbf{E}_n(0) \gamma_n = -l_n \frac{k_{nu}k_{ni}}{2\gamma\Delta z_n} (-3\mathbf{H}_{n1} + 4\mathbf{H}_{n2} - \mathbf{H}_{n3}),$$

gdzie: \mathbf{E}, \mathbf{H} - wektory natężenia pola elektrycznego i magnetycznego.

Momenty elektromagnetyczne silników indukcyjnych przedstawia zależność:

$$(18) \quad M_{nEM} = \frac{\sqrt{3} p_0 (i_{nSB} i_{nRA}^{\Pi} - i_{nSA} i_{nRB}^{\Pi})}{\tau_n},$$

gdzie: p_0 - liczba par biegunów silnika indukcyjnego, τ - odwrotna statyczna indukcyjność silnika indukcyjnego.

Uwzględniając rysunki 1 i 2 warunki brzegowe dla równania (6) można zapisać w postaci:

$$(19) \quad G_1 J_{1p} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=0} + \xi_1 \frac{\partial \omega_1}{\partial x} \Big|_{x=0} + c_{1,2}(\gamma_1 - \gamma_2) + v_{1,2}(\omega_1 - \omega_2) = 0,$$

$$(20) \quad G_1 J_{1p} \frac{\partial \varphi_{89}}{\partial x} \Big|_{x=l_1} + \xi_1 \frac{\partial \omega_{89}}{\partial x} \Big|_{x=l_1} - c_{2,3} (\gamma_{89} - \gamma_{90}) - \\ - v_{2,3} (\omega_{89} - \omega_{90}) = 0,$$

$$(21) \quad G_2 J_{2p} \frac{\partial \varphi_{91}}{\partial x} \Big|_{x=0} + \xi_2 \frac{\partial \omega_{91}}{\partial x} \Big|_{x=0} + c_{3,4} (\gamma_{90} - \gamma_{91}) + \\ + v_{3,4} (\omega_{90} - \omega_{91}) = 0,$$

$$(22) \quad G_2 J_{2p} \frac{\partial \varphi_{159}}{\partial x} \Big|_{x=l_2} + \xi_2 \frac{\partial \omega_{159}}{\partial x} \Big|_{x=l_2} - c_{4,5} (\gamma_{159} - \gamma_{160}) - \\ - v_{4,5} (\omega_{159} - \omega_{160}) = 0.$$

Rozwiązując równanie (6) z uwzględnieniem warunków (19) – (22) otrzymano:

$$(23) \quad \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{2(c_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) + v_{1,2}(\omega_1 - \omega_2))}{\rho_1 J_{1p} \Delta x_1} - \\ - \frac{2(J_{1p} G_1 (\varphi_2 - \varphi_3) + \xi_1 (\omega_2 - \omega_3))}{\rho_1 J_{1p} (\Delta x_1)^2},$$

$$(24) \quad \frac{d\omega_{89}}{dt} = \frac{2(J_{1p} G_1 (\varphi_{88} - \varphi_{89}) + \xi_1 (\omega_{88} - \omega_{89}))}{\rho_1 J_{1p} (\Delta x_1)^2} - \\ - \frac{2(c_{2,3}(\varphi_{89} - \varphi_{90}) + v_{2,3}(\omega_{89} - \omega_{90}))}{\rho_1 J_{1p} \Delta x_1},$$

$$(25) \quad \frac{d\omega_{91}}{dt} = \frac{2(c_{3,4}(\varphi_{90} - \varphi_{91}) + v_{3,4}(\omega_{90} - \omega_{91}))}{\rho_2 J_{2p} \Delta x_2} - \\ - \frac{2(J_{2p} G_2 (\varphi_{91} - \varphi_{92}) + \xi_2 (\omega_{91} - \omega_{92}))}{\rho_2 J_{2p} (\Delta x_2)^2},$$

$$(26) \quad \frac{d\omega_{159}}{dt} = \frac{2(J_{2p} G_2 (\varphi_{158} - \varphi_{159}) + \xi_2 (\omega_{158} - \omega_{159}))}{\rho_2 J_{2p} (\Delta x_2)^2} - \\ - \frac{2(c_{4,5}(\varphi_{159} - \varphi_{160}) + v_{4,5}(\omega_{159} - \omega_{160}))}{\rho_2 J_{2p} \Delta x_2}$$

$$(27) \quad \frac{d\omega_j}{dt} = \frac{\xi_1}{\rho_1 J_{1p} (\Delta x_1)^2} (\omega_{j-1} - 2\omega_j + \omega_{j+1}) + \\ + \frac{G_1}{\rho_1 (\Delta x_1)^2} (\varphi_{j-1} - 2\varphi_j + \varphi_{j+1}), \quad j = 3, \dots, 88$$

$$(28) \quad \frac{d\omega_k}{dt} = \frac{\xi_2}{\rho_2 J_{2p} (\Delta x_2)^2} (\omega_{k-1} - 2\omega_k + \omega_{k+1}) + \\ + \frac{G_2}{\rho_2 (\Delta x_2)^2} (\varphi_{k-1} - 2\varphi_k + \varphi_{k+1}), \quad k = 92, \dots, 158$$

$$(29) \quad \frac{d\varphi_k}{dt} = \omega_k, \quad i = 1, \dots, 160.$$

Pełnemu całkowaniu podlega taki układ równań różniczkowych: (9) - (11), (13) - (15), (23) - (29) z uwzględnieniem (17), (18).

Wyniki symulacji komputerowej.

Do obliczeń numerycznych wykorzystano model układu napędowego z dwoma silnikami indukcyjnymi głębokozłobkowymi, połączonymi za pomocą długich

elementów sprężystych z obciążeniem, zgodnie ze schematem obliczeniowym pokazanym na rysunkach 1 i 2.

Parametry zastosowanych silników indukcyjnych: $P_N = 320$ kW, $U_N = 6$ kV, $I_N = 39$ A $\omega_N = 740$ obr/min, $p_0 = 4$, $J_1 = 49$ kg·m², $R_S = 1,27$ Ω, $R_{RL} = 0,21$ Ω, $\alpha_S = 38,9$ H⁻¹, $\alpha_{RL} = 70$ H⁻¹, parametry zębka wirnika $h = 0,038$ m, $l = 0,23$ m, $p = 0,005$ m. Moment obciążenia silnika przyjęto $M_0 = 4$ kNm.

Parametry łączących elementów sprężystych: długość $l_1 = l_2 = 4,5$ m, moduł sprężystości $G = 8,1 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$,

gęstość materiału $\rho = 7850 \frac{kg}{m^3}$. Średnicę elementów

łączących przyjęto $d_0^{(1-2)} = 5, 20,5$ cm, $\xi_0^{(1)} = 0,5$ Nms,

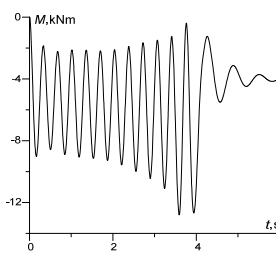
$\xi_0^{(2)} = 141,3$ Nms. Moment obciążenia $M_0 = 8$ kNm·m,

moment bezwładności obciążenia $J_3 = 200$ kgm².

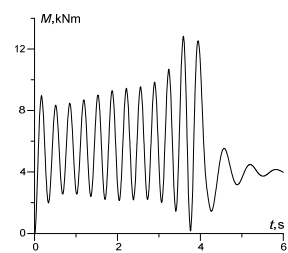
Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla dwóch przypadków obliczeniowych różniących się średnicą elementu sprężystego. Analizę obliczeniową układu przeprowadzono przyjmując następujące założenia: wszystkie sprzęgła są absolutnie sztywne, a także, że średnice obu wałów w każdym przypadku obliczeniowym są jednakowe.

Silniki zostały zasilone z sieci trójfazowej napięciem opisanym zależnościami $u_A = 4900 \sin \omega t$, $u_B = 4900 \sin(\omega t - 120^\circ)$, $u_C = 4900 \sin(\omega t + 120^\circ)$. Wyniki symulacji komputerowej przedstawiono w postaci graficznej.

Na rysunkach 3, 4 przedstawiono przebiegi momentu sprężystości w pierwszym i drugim elemencie łączącym dla pierwszego przypadku obliczeniowego. Ponieważ oba wały napędowe podczas badania były jednakowej grubości i długości, to momenty sprężystości w tych elementach powinny być jednakowe. Natomiast kierunki tych momentów powinny być przeciwne, co widać na rysunkach. Przy tak przyjętych parametrach układu napędowego amplitudy oscylacji momentu sprężystości nie są duże i wynoszą do 12 kNm.

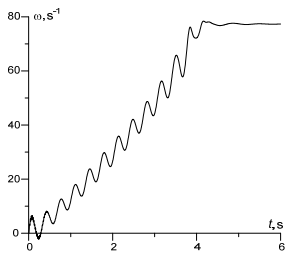


Rys.3. Przebieg momentu sprężystości w pierwszym elemencie łączącym dla pierwszego przypadku

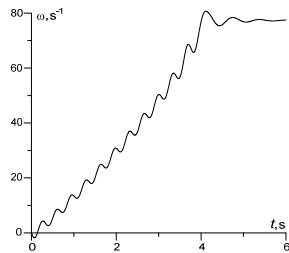


Rys.4. Przebieg momentu sprężystości w drugim elemencie łączącym dla pierwszego przypadku

Na rysunkach 5 i 6 przedstawiono przebiegi prędkości kątowej wirnika pierwszego silnika oraz obciążenia dla pierwszego przypadku obliczeniowego. Analizując rysunki 5 i 6 można zauważyć, że oscylacje prędkości kątowych układu w stanach przejściowych utrzymują się przez cały czas trwania rozruchu. Jeżeli praca układu napędowego wymaga częstych rozruchów to oscylacje takie mogą być przyczyną uszkodzenia układu.

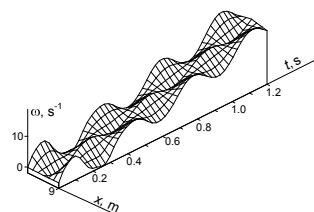


Rys.5. Przebieg prędkości kątowej wirnika pierwszego silnika dla pierwszego przypadku

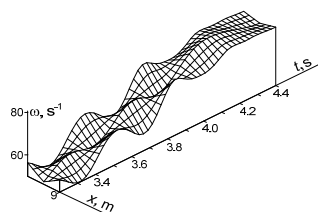


Rys.6. Przebieg prędkości kątowej mechanizmu obciążenia dla pierwszego przypadku

Rysunki 7 i 8 przedstawiają czasowo-przestrzenny rozkład prędkości kątowej w elementach sprężystych dla pierwszego przypadku obliczeniowego w przedziale czasu $t \in \langle 0;1,2 \rangle$ s i $t \in \langle 3,2;4,4 \rangle$ s. Fala sprężysta porusza się od silników do mechanizmu obciążania. Prędkości kątowe silników znajdują się w jednej fazie.

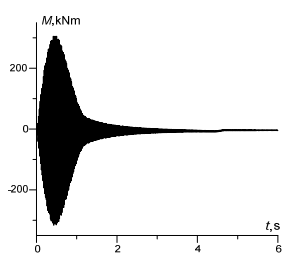


Rys.7. Czasowo-przestrzenny rozkład prędkości kątowej w elementach łączących dla pierwszego przypadku w przedziale czasu $t \in \langle 0;1,2 \rangle$

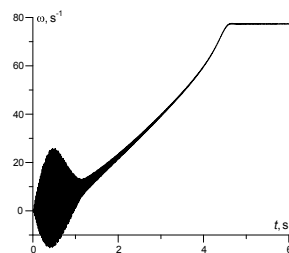


Rys.8. Czasowo-przestrzenny rozkład prędkości kątowej w elementach łączących dla pierwszego przypadku w przedziale czasu $t \in \langle 3,2;4,4 \rangle$

Na rysunkach 9 i 10 przedstawiono przebiegi momentu sprężystości w elemencie sprężystym oraz prędkość kątową pierwszego silnika dla drugiego przypadku obliczeniowego. W porównaniu z przypadkiem pierwszym wartość momentu sprężystości w elementach łączących bardzo się zwiększyła i osiąga do 350 kNm. Praca układu napędowego w takich warunkach jest niemożliwa. Układ znajduje się w stanie rezonansu. Żaden mechanizm o takich parametrach nie wytrzyma takich oscylacji.

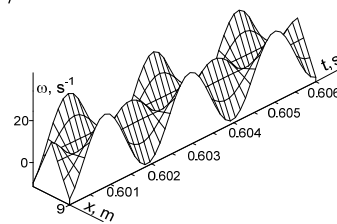


Rys.9. Przebieg momentu sprężystości w elemencie łączącym dla drugiego przypadku



Rys.10. Przebieg prędkości kątowej wirnika pierwszego silnika dla drugiego przypadku

Na rysunku 11 przedstawiono czasowo-przestrzenny rozkład prędkości kątowej w elemencie sprężystym dla drugiego przypadku obliczeniowego w zakresie czasowym $t \in \langle 0,6;0,606 \rangle$ s.



Rys.11. Czasowo-przestrzenny rozkład pola mechanicznego prędkości obrotowej w linii wałów dla piątego doświadczenia w zakresie czasowym $t \in \langle 0,6;0,606 \rangle$ s

Wnioski

Wykorzystanie nowej interdyscyplinarnej metody pozwala na budowę modeli matematycznych bardzo skomplikowanych układów elektromechanicznych, unikając dekompozycji na poszczególne podukłady (elektryczny i mechaniczny), co w przypadku ogólnym pozwala formułować równania stanu układu wyłącznie z jedynej koncepcji elektromechanicznego przetwarzania energii.

Podczas analizy pracy podobnych układów należy zwrócić dużą uwagę na znajomość częstotliwości własnych układu mechanicznego (stan rezonansu).

Najwięcej informacji o pracy układu elektromechanicznego dostarczają rysunki przedstawiające rozkład czasowo-przestrzenny prędkości kątowej elementów transmisji ruchu. Wymienione rysunki przedstawiają rozkład prędkości fali mechanicznej wzdłuż elementów łączących poszczególne elementy układu napędowego. Taki rozkład czasowo-przestrzenny pola mechanicznego można uzyskać tylko w przypadku rozpatrywania układu jako system o mechanicznych parametrach rozłożonych.

LITERATURA

- [1] Chaban A., Lis M.: Model matematyczny i analiza układu napędowego silnika indukcyjnego z długim elementem sprężystym dla parametrów rozłożonych. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 66 Seria: Studia i Materiały Nr 32, 2012, s. 224-230
- [2] Chaban A., Lis M.: Model matematyczny głębokołożkowego napędu asynchronicznego z długim elementem sprężystym. Przegląd Elektrotechniczny Vol. 2012, Nr 12b, 2012, s. 167-171
- [4] Rusek A., Czaban A., Lis M. Modelowanie matematyczne procesów oscylacyjnych w linii wałów o parametrach rozłożonych // Technical News . - 2011/1(33), 2(34). - S. 66 - 68.
- [5] Ortega R., Loria A., Nicklasson P.J., Sira-Ramirez H. Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications. London: Springer Verlag, 1998, 543 s
- [6] Kopyłow I. Modelowanie matematyczne maszyn elektrycznych - M.: Wyższa Szkoła, 2001. - 327 s

Autor: dr. inż. Marek Lis, Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, al. Armii Krajowej 17, E-mail: lism@el.pcz.czest.pl