

Modelowanie siatkowe obiektów płaskich i przestrzennych z wykorzystaniem technik komputerowych

Streszczenie. Artykuł prezentuje informacje dotyczące tworzenia obiektów siatkowych z wykorzystaniem metod CAD oraz pliku programowego Netgen. Reprezentacja siatki zapewnia ulepszone możliwości modelowania kształtów obiektów w bardziej szczegółowy sposób. Autorzy przedstawiają również zastosowanie w tym procesie pliku programowego BEMLAB. Pakiet BEMLAB jest obiektową numeryczną biblioteką o otwartym kodzie źródłowym implementującą Metodę Elementów Brzegowych (MEB).

Abstract. Article presents information about creating meshes with help of CAD methods and Netgen Mesher. Mesh tessellation provides enhanced capabilities for modeling object shapes in a more detailed way. Authors describe also application of BEMLAB. BEMLAB is the open source Boundary Element Method (BEM) numerical software. **Modelling of mesh with use of computer methods.**

Słowa kluczowe: modelowanie siatkowe, metody CAD, plik programowy Netgen, obiektowa numeryczna biblioteka BEMLAB.

Keywords: creating meshes, CAD methods, Netgen Mesher, the open source Boundary Element Method BEMLAB.

doi:10.12915/pe.2014.03.31

Wstęp

Modelowanie siatkowe jest niezwykle przydatne głównie w dwóch obszarach:

- ✓ bardziej precyzyjnego modelowania skomplikowanych obiektów płaskich i przestrzennych o dowolnych kształtach zaokrąglonych, ale niebędących bryłami lub powierzchniami obrotowymi;
- ✓ modelowania (często pofalowanych, o skomplikowanych kształtach) rozkładów pól elektromagnetycznych, cieplnych itp., niezbędnego w matematyczno – fizycznych obliczeniach.

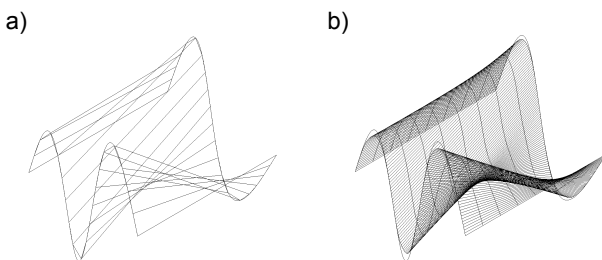
Mówiąc zwięźle celem jest jak najwierniejsze modelowanie dowolnych obiektów płaskich i przestrzennych, stosując metody i techniki matematyczno – informatyczne. Z tego względu w obszarze tym opracowano szereg plików programowych umożliwiających automatyzację samego procesu modelowania, jak i edycji płaskich i przestrzennych obiektów siatkowych.

Modelowanie siatkowe metodami CAD

W metodach CAD (ang. *Computer Aided Design*) modelowanie siatkowe służy do usprawnienia możliwości modelowania dowolnych kształtów obiektów w bardziej dokładny sposób.

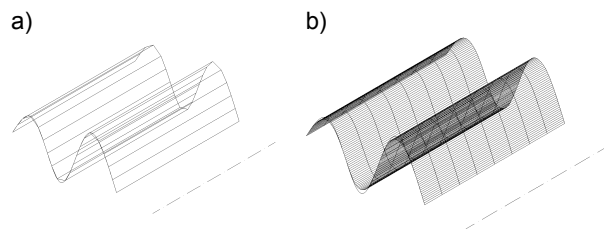
Obiekty siatkowe można utworzyć z pomocą programów z grupy CAD, umożliwiających użycie wielu metod [1]:

1. Tworzenie obiektów siatkowych na podstawie innych obiektów. Metoda ta umożliwia tworzenie siatki prostokątnej, walcowej, obrotowej lub zdefiniowanej przez krawędzie, której obwiednie są interpolowane od innych obiektów lub punktów.



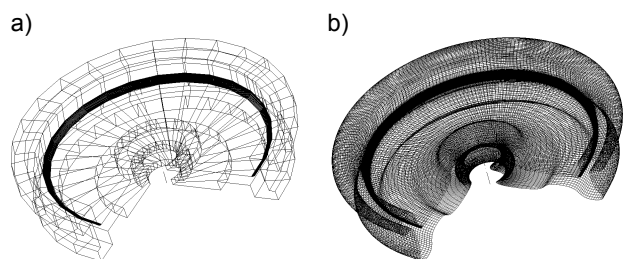
Rys. 1. a) Siatka prostokreślna (liczba wierzchołków 42, liczba powierzchni 20), b) ta sama siatka po rozdrobieniu (liczba wierzchołków 1449, liczba powierzchni 1280)

- Siatkę prostokreślną tworzy siatka reprezentująca powierzchnię prostokreślną między dwiema liniami lub krzywymi (Rys. 1).
- Siatkę walcową tworzy siatka reprezentująca ogólną powierzchnię walcową. Powierzchnia jest zdefiniowana przez wyciągnięcie linii lub krzywej (zwane krzywą ścieżki) w określonym kierunku i na określoną odległość (zwaną wektorem kierunku lub ścieżką), Rys. 2.



Rys. 2. a) Siatka walcowa (liczba wierzchołków 42, liczba powierzchni 20), b) ta sama siatka po rozdrobieniu (liczba wierzchołków 1449, liczba powierzchni 11280)

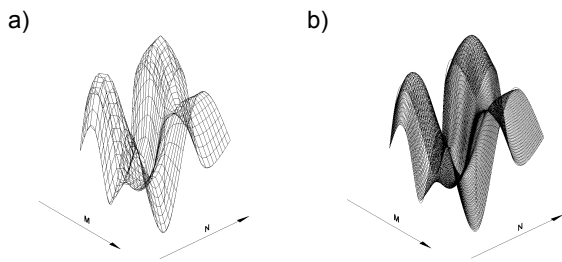
- Siatkę przekreśloną tworzy siatka przybliżająca powierzchnię obrotu utworzoną po obrocie płaskiego profilu wokół określonej osi. Profil może składać się z linii, okręgów, łuków, elips, łuków eliptycznych, polilinii, splajnów, zamkniętych polilinii, wielokątów, zamkniętych splajnów i pierścieni (Rys. 3).



Rys. 3. a) Siatka przekreśloną (liczba wierzchołków 1113, liczba powierzchni 1060), b) ta sama siatka po rozdrobieniu (liczba wierzchołków 68264, liczba powierzchni 67840)

- Siatkę krawędziową tworzy siatka przybliżająca siatkę powierzchni płata Coonsa. Płat Coonsa jest tworzony z czterech obiektów nazywanych krawędziami. Krawędzie

mogą być łukami, liniami, poliliniami, splajnami lub łukami eliptycznymi, które tworzą zamkniętą pętlę o wspólnych końcach. Płat Coonsa jest powierzchnią bikubiczną (jedna krzywa w kierunku M i jedna w kierunku N), interpolowaną między dwiema krawędziami, (które mogą być dowolnymi krzywymi w przestrzeni), Rys. 4.



Rys. 4. a) Siatka krawędziowa (liczba wierzchołków 651, liczba powierzchni 600), b) ta sama siatka po rozdrobnieniu (liczba wierzchołków 9801, liczba powierzchni 9600)

2. Niestandardowe krawędziowe siatki wielokątne starszego typu realizowane są tak, aby utworzyć otwarte siatki o wielu wierzchołkach zdefiniowanych przez określone współrzędne (zazwyczaj z użyciem skryptów z programami języka AutoLISP). Gęstość siatki steruje liczbą fasetek w siatkach polipowierzchni i siatkach wielokątów starszego typu. Gęstość jest zdefiniowana jako macierz M na N wierzchołków, podobnie do siatki składającej się z kolumn i wierszy. M i N określają odpowiednio kolumnę i wiersz każdego wierzchołka. Tak początkowo tworzone obiekty powierzchni siatkowych i dlatego są one trudniejsze do edycji narzędziami stosowanymi w nowszych metodach. Z tego względu zaleca się przekształcanie takich siatek do obiektów tworzonych metodami 1 do 3, w których zastosowano wiele dogodnych w stosowaniu narzędzi edycyjnych umożliwiających automatyzację procesu tworzenia obiektów siatkowych tymi metodami.

3. Przekształcanie istniejących modeli powierzchni lub brył, w tym modeli złożonych, w obiekty siatkowe (tzw. obiekty wygładzone) usprawniające proces modelowania obiektów).

4. Poprzez tworzenie tzw. prymitywów, czyli kształtów standardowych, takich jak: kostki, stożki, walce, ostrosłupy, sfery, kliny i torusy.

Modelowanie obiektu siatkowego w sposób istotny różni się od modelowania obiektu typu bryła 3D lub powierzchnia 2D. Obiekty siatkowe składają się z powierzchni oraz faset i nie posiadają właściwości masy i objętości modelowanych metodami CAD brył 3D. Umożliwiają jednak projektowanie bardziej zaokrąglonych modeli o łagodniejszych kątach oraz są łatwiejsze do bardziej swobodnego kształtowania od ich odpowiedników bryłowych i powierzchniowych (Rys. 5).

Powierzchnie stanowią nienakładające się elementy tworzące wraz z krawędziami i wierzchołkami podstawowe jednostki obiektu siatkowego, które można edytować. W celu uniknięcia tworzenia się odstępów (między stykającymi się powierzchniami) w procesie przesuwania, obracania bądź skalowania pojedynczych powierzchni, siatki otaczające są rozciągane i deformowane. Powstały rozstęp można zamknąć, wygładzając obiekt lub rozdrabniając pojedyncze powierzchnie.

Fasety tworzą podstawowe struktury powierzchni siatki. Gęstość siatki faset odpowiada poziomowi gładkości siatki. Wzrost gęstość fasetek zwiększa poziom gładkości obiektu siatkowego. Faset nie można edytować pojedynczo jak powierzchni.

Podstawowe możliwości pracy edycyjnej z obiektami siatkowymi:

1. Obiekty siatkowe składają się z wielu podpodziałów lub

krzyżowań definiujących powierzchnie, które można edytować. W celu zwiększenia (lub zmniejszenia) poziomu gładkości, czyli wpływania na zaokrąglenie modelu siatkowego, dodaje się tzw. poziom gładkości. Ponieważ każda powierzchnia składa się z faset podstawowych, to zwiększanie poziomu gładkości powoduje zwiększanie liczby faset zapewniających gładzy, bardziej okrągły wygląd. Gęstość podstawowa siatki płaszczyzn siatki zwiększa się wraz ze wzrostem poziomu gładkości obiektu typu siatka.

2. Rozdrobnienie obiektu siatkowego (czyli wygładzanie siatki) powoduje zresetowanie bazowego poziomu gładkości. Rozdrobnienie obiektu siatkowego przekształca podstawową siatkę faset w powierzchnie, które można edytować. Rozdrabnianie również powoduje zresetowanie najniższego poziomu wygładzania, który można zastosować do obiektu. Rozdrobnić można każdą siatkę o poziomie gładkości wynoszącym 1 i więcej. Można również rozdrobnić pojedynczą powierzchnię przy zachowaniu poziomu bazowego gładkości;

3. Pofałdowanie krawędzi usuwa gładkość z określonej krawędzi. Istniejące fałdowanie może być również usunięte;

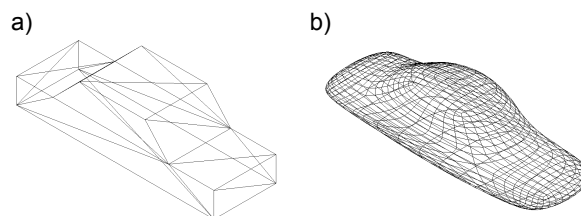
4. Istniejącą powierzchnię można podzielić na osobne części wzdłuż określonej ścieżki. Pojedynczą powierzchnię można utworzyć poprzez scalenie dwu lub więcej powierzchni;

5. Przez zwiniecie wierzchołków przylegających powierzchni w pojedynczy punkt można zmienić model siatkowy;

6. Można obrócić wspólną krawędź przylegających powierzchni trójkątnych, w celu zmiany kształtu i orientacji powierzchni;

7. W obiektach siatkowych można wydłużyć wybraną powierzchnię przez jej wyciągnięcie w przestrzeni 3D, co w przeciwieństwie do wyciągnięcia brył 3D nie powoduje utworzenia oddzielnego obiektu;

8. Poprzez zamknięcie przerw między powierzchniami przez wybranie otaczających krawędzi można dokonywać naprawy otworów. Otwory w obiektach typu siatka zapobiegają przekształcaniu obiektu typu siatka w obiekt bryłowy.



Rys. 5. Aksonometria izometryczna obiektu siatkowego w wizualizacji szkieletowej (liczba wierzchołków 16, liczba powierzchni 28), b) ten sam obiekt siatkowy po rozdrobnieniu (liczba wierzchołków 1026, liczba powierzchni 1024)

Metody te zostały zastosowane w powszechnie używanym przez kadrę naukowo – inżynierską specjalistycznym programie AutoCAD amerykańskiej firm Autodesk. Większość dokumentacji naukowo technicznej projektowanych bądź analizowanych obiektów realizowana jest formie elektronicznej z pomocą tego programu [2]. Istotny jest również fakt, że oprogramowanie tej firmy w celach niekomercyjnych jest dostępne nieodpłatnie.

W chwili obecnej istnieje wiele innych programów, w których stosowane jest modelowanie siatkowe, jak np. program OPERA służący między innymi do obliczeń pól elektromagnetycznych w przestrzeni 3D. Nie zawiera on tak rozbudowanego panelu narzędzi umożliwiających proste tworzenie i edycję obiektów siatkowych. Z tego

względu na etapie ich modelowania wykorzystuje się w nim AutoCAD.

Modelowanie siatkowe z wykorzystaniem programu Netgen

Innym ciekawym programem, który należy do tej grupy, jest Netgen. Jest to program, który został upubliczniony na licencji LGPL do zastosowań wyłącznie niekomercyjnych. Twórcą aplikacji jest austriacki prof. dr Joachim Schöberl. Jego zastosowanie to w pełni automatyczne generowanie dwuwymiarowych i trójwymiarowych siatek czworosiennych. Pozwala na dyskretyzację zarówno prostych struktur, jak i obiektów bardzo skomplikowanych posiadających liczne wydrążenia [3]. Czytelny interfejs graficzny ułatwia dokładną inspekcję geometrii trójwymiarowej a także wygenerowanej siatki. Do zalet należy również bardzo dobra kontrola stopnia zagęszczenia siatki w miarę potrzeb użytkownika. Warto wspomnieć o wbudowanej właściwości rozrzedzania siatki, gdy nie jest wymagane użycie dużej liczby wielokątów. Program sam w miarę możliwości stara się rozrzedzić siatkę w miejscach gdzie jest to możliwe, przy czym zachowuje minimalną jakość elementów. Pozwala to wyeliminować zbyt ostre lub za bardzo rozwarte kąty. Aplikacja korzysta z gotowych plików graficznych takich jak CSG (ang. *Constructive Solid Geometry*) oraz format STL.

Kod źródłowy programu jest dostępny do pobrania za darmo na stronie: <http://sourceforge.net/projects/netgen-mesher>. Wersję instalacyjną aplikacji na platformę Windows można przykładowo pobrać ze strony: <http://www.soft82.com/download/windows/netgen/>.

Razem z aplikacją można w procesie instalacji pobrać takie komponenty jak:

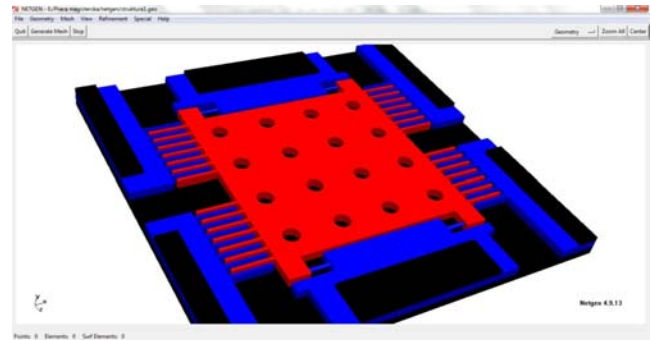
- ✓ *Basic Netgen*: w pełni funkcjonalna podstawowa wersja aplikacji;
- ✓ *Netgen with OCC* umożliwiający wsparcie dla geometrii *OpenCascade* (formaty plików STEP, IGES, Brep);
- ✓ *Netgen API DLL (Nglib)* zawierający dodatkowe biblioteki oraz interfejs dla aplikacji "Third-Party" oraz przykładowe aplikacje do zademonstrowania działania Nglib API DLL;
- ✓ *Add-On Applications - Netgen Solver Module*.

Opcja *Mesh* w programie generuje w pełni trójwymiarowy obraz siatki uzyskanej poprzez nałożenie określonej liczby wielokątów na geometrię przykładowego elementu przestrzennego. Siatka jest automatycznie generowana i dopasowywana do rozmiarów i wszelkich wgłębień czy zakrzywień obiektu. Tam gdzie jest to możliwe jest maksymalnie rozrzedzana, aby uniknąć niepotrzebnie dużej liczby elementów. Możliwe jest również ręczne zwiększenie poziomu gęstości siatki w miarę potrzeb.

Właściwości generowanej siatki mogą być dostosowane do potrzeb z menu *Mesh\Meshing Options...* Można między innymi wybrać rodzaj generowanej siatki (np. *coarse*, *moderate*, *fine*) co daje różne wyniki końcowe. Przykładowo można otrzymać dyskretyzację w pełni objętościową (krawędzie, powierzchnie oraz środek obiektu – *Mesh Volume*), tylko krawędziową (powierzchnie nie będą brane pod uwagę – *Mesh Edges*) lub wyłącznie powierzchniową (*Mesh Surface*).

CSG jest formatem plików wejściowych wykorzystywanych między innymi w programie Netgen do tworzenia geometrii trójwymiarowej. Definiowanie kodu pliku odbywa się poprzez utworzenie i edycję pliku kodowanego ASCII w dowolnym edytorze tekstowym. Utworzony plik należy zapisać z rozszerzeniem *.geo*, aby Netgen mógł go odczytać.

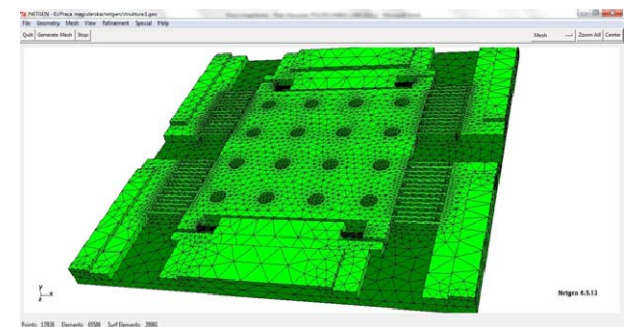
Na rysunkach 6 i 7 przedstawiono w aksonometrii izometrycznej utworzony z pomocą programu Netgen model mikroukładu akceleratora MEMS oraz siatkę nałożoną na ten obiekt.



Rys. 6. Model mikroukładu akceleratora MEMS w aksonometrii izometrycznej [6]

Tabela 1. Statystyka siatki typu *moderate* modelu mikroukładu akceleratora MEMS [6]

Mesh	Points	Elements	Surf Elements
Mesh Volume	17826	65586	29981
Mesh Surface	13979	0	29981
Mesh Edges	3836	0	0



Rys. 7. Model siatkowy mikroukładu akceleratora MEMS w aksonometrii izometrycznej [6]


Zastosowanie pakietu BEMLAB do obliczeń wykorzystujących obiekty siatkowe

Bardzo ważną dziedziną zastosowań obliczeń numerycznych są metody rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych (ang. *Partial Differential Equations*). PDEs używane są do modelowania zjawisk fizycznych w wielu dziedzinach, m.in. elektrotechnice, mechanice ciał stałych i płynów, astronomii, akustyce, elektrochemii, przepływie ciepła. Duże znaczenie w modelowaniu problemów przy użyciu PDEs ma metoda elementów skończonych MES. Zaliczana jest ona do metod obszarowych, tzn. takich, które wymagają dyskretyzacji całego modelowanego obszaru. Powstało wiele implementacji komputerowych metody MES, zarówno otwartych jak i komercyjnych. Oprogramowanie MES wykorzystywane jest zarówno w ośrodkach naukowo-badawczych jak i biurach konstrukcyjnych koncernów przemysłowych. Jednocześnie nastąpił rozwój metody elementów brzegowych [5].

Interesujące rozwiązanie w tym zakresie reprezentuje biblioteka numeryczna metody elementów brzegowych o nazwie BEMLAB. Biblioteka posiada architekturę obiektową ułatwiającą projektowanie. Ponadto obiektowo upraszcza strukturę, co jest szczególnie ważne w przypadku rozpoczynania pracy przez nowych deweloperów, a dzięki językowi modelowania UML umożliwia jego przedstawienie

w sposób jednoznaczny i usystematyzowany. Zastosowany opis matematyczny uwzględnia ponowne wykorzystanie algorytmów, bez konieczności dodatkowej ich implementacji. Opracowano algorytmy umożliwiające rozwiązywanie problemów wieloobszarowych o dowolnej geometrii, algorytmy wielowątkowe oraz algorytmy numerycznego całkowania. Uwzględniają one elementy brzegowe dowolnego typu, różne typy warunków brzegowych, elementy obszarowe dowolnego typu, różne typy funkcji źródła i dowolną ilość źródeł w obszarze. [5].

Pakiet BEMLAB jest obiektową numeryczną biblioteką o

otwartym kodzie źródłowym (logo  i link do strony: http://bemlab.org/wiki/Main_Page) na licencji GNU LGPL (ang. *Lesser General Public License*). Biblioteka implementuje Metodę Elementów Brzegowych (MEB). W pakiecie BEMLAB znajdziemy obszerną ilość obliczeń numerycznych MEB, aplikację, która w prosty sposób umożliwi użytkownikowi ich przeprowadzenie oraz dodatkowe programy wykorzystywane do modelowania obiektów, a w szczególności do modelowania ich geometrycznych siatek [4].

Początkowo BEMLAB przeznaczony był dla systemów typu Linux czy Unix (na stronie głównej projektu znaleźć możemy instrukcję instalacji na systemach Debian oraz Fedora), lecz możliwe jest wykorzystanie biblioteki na innych systemach komputerowych, które wspierają kompilator GNU *Compiler*.

Aby rozwiązać konkretny problem z wykorzystaniem biblioteki BEMLAB, potrzebujemy geometrii dwuwymiarowej lub trójwymiarowej zapisanej w formacie *.m (kompatybilny z programami takimi jak Matlab, Octave i Scilab) oraz warunków brzegowych i parametrów funkcji, które mogą być zapisane w tym samym pliku lub w pliku oddzielnym.

Największą zaletą metody jest niewątpliwie redukcja wymiarowości zadań poprzez dyskretyzację jedynie powierzchni brzegu obszaru [4, 5].

Biblioteka BEMLAB idealnie nadaje się do liczenia pojemności układu kondensatorów grzebieniowych mikroukładu akceleratora MEMS przedstawionego na rysunkach 6 i 7. Pojemność wyznaczamy z wzoru:

$$(1) \quad C_c = C_z N$$

gdzie: N – liczba zębów w kondensatorze grzebieniowym, C_c - pojemność całościowa kondensatora (jednego z czterech występujących w układzie), C_z – pojemność pojedynczego zęba w kondensatorze.

Wzór z na pojemność kondensatora z definicji (stosunek ładunku Q na okładce kondensatora do napięcia U pomiędzy jego okładkami) ma postać:

$$(2) \quad C = \frac{Q}{U}$$

Wartość ładunku Q można obliczyć wykorzystując pochodną normalną potencjału [4]. Wówczas pojemność wyznaczamy ze wzoru (ϵ – przenikalność):

$$(3) \quad C = \frac{\left| \int_{\Gamma} \epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial n} d\Gamma \right|}{U}$$

BEMLAB przy współpracy z programem takim jak Matlab bardzo dobrze sprawdza się podczas wykonywania obliczeń ze wzoru (3), w wyniku czego można uzyskać dokładnie obliczoną pojemność przy prawidłowo dobranych warunkach brzegowych.

Wnioski

Aby usprawnić procesy precyzyjnego modelowania i edycji obiektów płaskich i przestrzennych o skomplikowanej geometrii, stworzono szereg narzędzi w formie rozbudowanych specjalistycznych plików z wykorzystaniem technik informatycznych. W artykule dokonano próby zwięzłego przybliżenia wykorzystywanych w modelowaniu siatkowym technik dostępnych w oprogramowaniu z grupy CAD oraz w oferowanym nieodpłatnie do celów niekomercyjnych pliku programowym Netgen. W dużym skrócie przedstawiono również niezwykle przydatny pakiet biblioteki BEMLAB stosowany do obliczeń wykorzystujących obiekty siatkowe.

LITERATURA

- [1] *AutCAD 2013: User's Guide*, 2012
- [2] J. W. Mazur, K. Polakowski: *Graficzny i komputerowy zapis konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2012
- [3] Schöberl J.: *Netgen. An advancing front 2d/3d-mesh generator based on abstract rules*. Computing and Visualization in Science, V1(1), 1997.
- [4] J. Sikora: *Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień brzegowych. Podstawy metody elementów skończonych i metody elementów brzegowych*. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin, 2009.
- [5] P. Wieleba, J. Sikora: *Biblioteka Metody Elementów Brzegowych „BEMLAB” w zastosowaniach MEMS*, Prace Instytutu Elektrotechniki. Instytut Elektrotechniki, 2010. str. 195-207.
- [6] P. Hawryluk: *NETGEN i jego zastosowanie do analizy numerycznej metodą elementów brzegowych dla obiektów o skomplikowanych kształtach*, praca magisterska, Politechnika Lubelska 2011

Autorzy: dr hab. inż. Krzysztof Polakowski, Politechnika Warszawska Instytut Maszyn Elektrycznych, 00-661 Warszawa Pl. Politechniki 1, E-mail: kp@zkue.ime.pw.edu.pl; prof. dr hab. inż. Jan Sikora, Politechnika Lubelska, Instytut Elektroniki i Techniki Informatycznych, ul. Nadbystrzycka 38a, 20-618 Lublin, E-mail: sik59@wp.pl